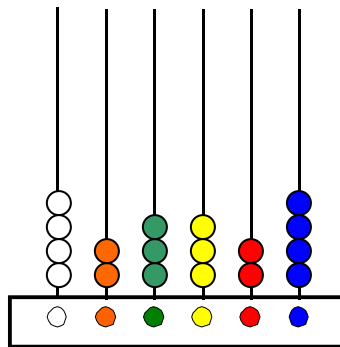


El Ábaco



El ábaco es un instrumento que sirve para facilitar al alumno el aprendizaje del concepto de sistema posicional de numeración (en cualquier base), cómo se forman las distintas unidades que lo conforman, así como para ayudar a comprender las operaciones de números naturales (suma, resta, multiplicación y división) y ayudar a afianzar su cálculo. También nos va a permitir profundizar en los conceptos de clasificación y ordenación. Por último podemos desarrollar pequeñas investigaciones acerca de la forma de los números y utilizarlo como apoyo en la representación de los números decimales, así como en la representación de las unidades de longitud.

Descripción

El ábaco es uno de los recursos más antiguos utilizados en didáctica de las matemáticas. Está formado por un soporte de madera y una serie de varillas paralelas (con un número variable de ellas) colocadas vertical u horizontalmente (ábaco vertical o ábaco horizontal). En estas varillas se van introduciendo bolas de distintos colores, con la condición de que en cada varilla sólo se introducen 10 bolas del mismo color. Cada varilla representa un orden de unidades: unidades, decenas, centenas, ...; y cada bola de cada color ha de ser introducida en su varilla correspondiente.

¿Para qué sirve?

El ábaco nos va a ayudar, como cualquier otro material que utilicemos, a despertar en el alumnado una actividad mental que les ayude a comprender el significado del número y el sentido de las operaciones básicas.

La iniciación a las operaciones de una manera abstracta puede provocar errores en la adquisición de los conceptos. La enseñanza de la suma y de la resta con el truco de “me llevo una”, hace que el alumnado aprenda de manera mecánica las operaciones y que obviemos el verdadero objetivo: aprender el significado del número, el sentido de las operaciones y el efecto que estas operaciones hacen sobre los números.

La fase manipulativa, por la que debe pasar cualquier tipo de conocimiento matemático en la escuela primaria, se cubre con el ábaco en la enseñanza de los sistemas de numeración posicional.

Es muy conveniente que, al mismo tiempo que se trabaja manipulativamente con el ábaco los distintos conceptos, trabajemos a un nivel de abstracción superior, representando gráficamente las operaciones, lo que hacemos en el **ábaco plano**. Éste consiste en hacer en una hoja de papel una tabla en la que representemos un orden de unidades, escritas de derecha a izquierda y comenzando por las unidades, decenas, ... Es conveniente hacer uso del color al principio.

	●		●		●
●	●	●	●	●	●
			●	●	●

Antes de ponernos a trabajar con el ábaco es conveniente haber trabajado la noción de cantidad. Una vez trabajadas estas actividades el ábaco puede convertirse en un gran aliado para la enseñanza aprendizaje del concepto de sistema posicional de numeración.

El trabajo con el ábaco puede facilitar más adelante el cálculo mental, la comprensión de operaciones más complejas y abstractas, así como el uso racional de la calculadora.

¿Qué podemos hacer con el ábaco?

Con este material podemos trabajar en principio actividades que lleven a la adquisición de ciertos conceptos previos, que los alumnos ya han trabajado en la etapa de Educación Infantil, como:

- Contar acciones o elementos y representarlas en el ábaco.
- Separar elementos que no pertenecen a un conjunto.
- Reconocer ciertas posiciones en el espacio: más cerca – más lejos; delante – detrás; arriba – abajo; derecha – izquierda; ...
- Concepto de cantidad: más que, menos que, igual que.
- Composición y descomposición de los números hasta el 9 y su representación en el ábaco.

Podemos seguir trabajando actividades encaminadas a:

- Establecer distintos convenios de representación en el ábaco de ciertas acciones de conteo (procedimiento de representar los números en el ábaco).
- Establecer equivalencias diversas entre bolas de distintos colores. Reversibilidad de esa relación de equivalencia.
- Comprender cómo se forman los números y su representación en el ábaco.
- Comprender cómo se forman las unidades de un orden inmediatamente superior (decena, ...).

- Comprender que las cifras que forman un número tienen un valor relativo, dependiendo de la posición que ocupen dentro del número.
- Resolver de manera razonada y no mecánica las operaciones básicas con números naturales.

También podemos utilizar el ábaco como un instrumento para realizar pequeñas investigaciones con los números, e introducir algunos conceptos nuevos:

- Simetrías de algunos números (capicúas).
- Números complementarios.
- ¿Qué “números” podemos formar con un determinado número de bolas?
- Representación de los números decimales.
- Representación de las unidades de longitud.

Una posible secuencia de actividades

- Juego libre
- Juegos de representación. Contar elementos o efectuar acciones y representarlas en el ábaco.
- Juegos de clasificación.
- Establecer equivalencias diversas a través de cambio de bolas de distintos colores.
- Deshacer las equivalencias efectuadas (reversibilidad en la relación de equivalencia).
- Representar gráficamente (en el ábaco plano) las actividades que realizamos en el ábaco.
- Pasar de la representación gráfica de las actividades (ábaco plano) a la representación de las mismas en el ábaco
- Formación del número. Introducción del sistema decimal. Agrupamientos de 10 en 10. Representación en el ábaco.
- Formación de la decena.
- Pasar de la representación en el ábaco plano a la representación en el ábaco vertical.
- Comprender el valor de posición de las cifras.
- Reconocer el valor del cero según su posición.
- Iniciación a la suma (“sumas sin llevadas”) de forma manipulativa, gráfica y numérica.
- Iniciación a la resta (“resta sin llevadas”) de forma manipulativa, gráfica y numérica.
- Iniciación a la “suma con llevadas” de forma manipulativa, gráfica y numérica.
- Iniciación a la “resta con llevadas” de forma manipulativa, gráfica y numérica.
- Pequeñas investigaciones con el ábaco.
- Introducción al sistema métrico decimal.
- Introducción a los números decimales.
- Introducción a la multiplicación y división por la unidad seguida de ceros.

Desarrollo de algunas actividades

1. Jugamos con el ábaco

El objetivo de esta actividad es la manipulación libre por parte del niño del ábaco, para que vaya explorando las distintas posibilidades que el material le ofrece. Al principio el juego puede ser individual, pero es conveniente que se vayan agrupando y que el juego se vaya verbalizando entre ellos. En principio se juega sin ningún tipo de reglas, pero a medida que se avanza en la actividad conviene dar algún tipo de orden (las bolas de un mismo color en la misma varilla; tres bolas en cada varilla; ...).

2. Experiencias prenuméricas y clasificaciones

Teniendo en cuenta que los objetivos que pretendemos alcanzar (entre otros) con este material son el aprendizaje de la numeración y la adquisición del concepto de cantidad, es conveniente trabajar algunas actividades tales como:

- Agrupar el material en distintos conjuntos.
- Separar un conjunto en subconjuntos (bolas de distintos colores, tapones de distintas formas, chapas de distintos refrescos, cromos, ...)
- Trabajar los conceptos “*más que*”, “*menos que*”, “*igual que*”.
- Contar elementos (bolas, tapones, chapas, ...)
-

3. Contamos y representamos en el ábaco

- De lo que se trata es de contar palillos, palmadas, palabras, pasos, saltos ..., todo lo que se nos ocurra; y pedirles a los niños y niñas que utilicen las bolas y el ábaco para representar esas acciones. No hay reglas en la representación. En un principio vamos a contar elementos hasta el 9. El primer convenio al que tenemos que llegar con los alumnos es a que estas acciones las representen, todos, en la barra de la derecha.

4. Cambiamos en el banco unas bolas por otras

- El objetivo de esta actividad es establecer equivalencias diversas a través de sucesivos cambios de bolas de distintos colores. Se pretende que a partir de estos juegos, los niños se vayan acercando a la comprensión de los distintos órdenes de unidades que conforman el número. En primer lugar hay que llegar a un acuerdo con los alumnos el cambio que vamos a efectuar: por ejemplo, **una bola roja vale por tres bolas azules**. Este acuerdo se puede llegar a realizar dentro de una historia Representamos en la pizarra la equivalencia que se ha establecido para que esté bien visible, y al mismo tiempo podemos ir anotando en una cartulina los distintos cambios que vamos adoptando cada vez:



CAMBIOS	
●	● ● ●
●	● ● ● ●
● ●	● ● ● ● ●

Se realizan varios cambios, hasta que los niños se familiaricen con la actividad. Los cambios los haremos entre los números 1 al 9.

El desarrollo de esta actividad puede ser: Se elige un lugar de la clase que haga de banco; y a un alumno que haga de banquero (se van cambiando). Podemos también incluir la figura del inspector, que velará porque los cambios se efectúen bien. Se coloca el cartel con el cambio aceptado por todos y se les da a los niños una serie de bolas de distintos colores, que podrán ir al banco a cambiar. Una vez que todos han efectuado el cambio cuentan el número de bolas que tienen y dicen el color. Los cambios los podemos ir haciendo cada vez más complejos, dependiendo del grado de comprensión que vayan adquiriendo los alumnos.

Esta actividad debe terminar deshaciendo el cambio, es decir, los alumnos irán al banco y cambiarán las bolas azules por las bolas rojas correspondientes. Se hará una reflexión acerca del número de bolas que teníamos al principio y el número de bolas que tenemos al final, en cada uno de los cambios que hagamos.

5. Cambio bolas en mi ábaco

- Antes de introducir al niño en el sistema de numeración decimal, vamos a realizar una serie de cambios que les conduzca a comprender el orden de unidades. Para ello le vamos a dar a cada niño una serie de bolas de un color determinado, por ejemplo 7 bolas azules, y las van a colocar en la varilla de la derecha, la que será posteriormente la varilla de las unidades. El orden de las varillas van a tomar ya importancia a la hora de cambiar. En la cartulina de cambios anotamos la equivalencia que estimemos conveniente, o la que los niños digan. Por ejemplo:

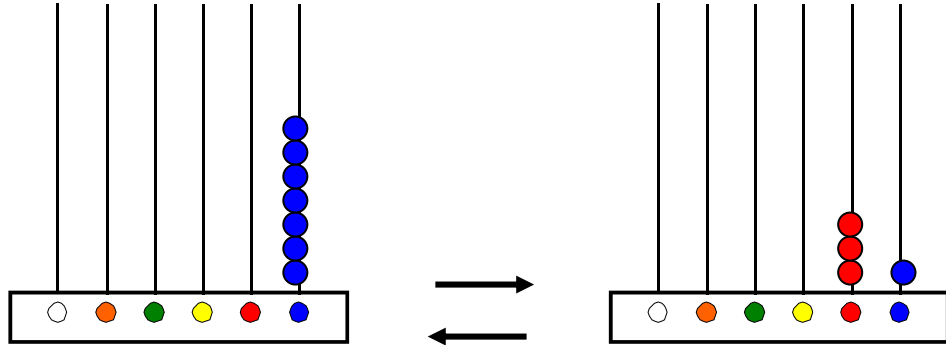


Empezaremos diciendo que, por cada dos bolas azules te las cambiaré por una bola roja, que las irás colocando en la varilla que está a continuación. Preguntaremos cosas, tales como:

¿Cuántas bolas rojas tienes? ¿Y azules? ¿Cuántas bolas azules tenías al comienzo del juego? ¿Te quedan más bolas azules? ¿Puedes cambiarlas por más bolas rojas?

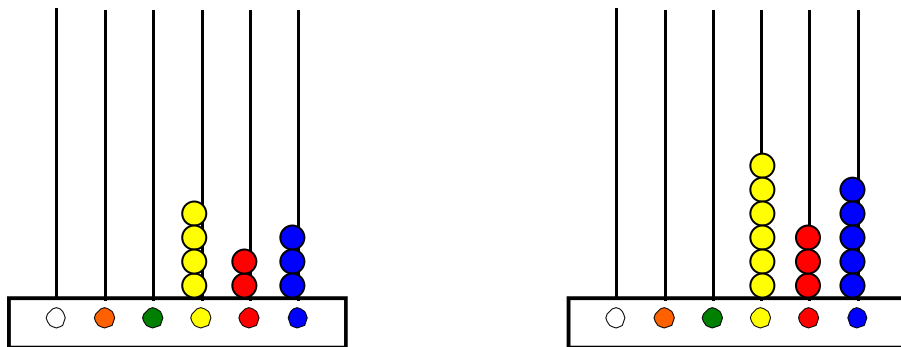
Inmediatamente hacemos la actividad recíproca, es decir, vamos a cambiar las bolas rojas por las bolas azules. Por cada bola roja que quites de la

segunda varilla, te daré dos bolas azules que colocarás en la varilla de la derecha. Preguntaremos. ¿Cuántas bolas azules hay en la varilla de la derecha? ¿Hay más o menos que al principio? Se irán repitiendo cambios idénticos con distintos números de bolas y diferentes colores.



6. Del ábaco vertical \longleftrightarrow al ábaco plano

- Se trata de pasar de la fase representativa o manipulativa, a la fase gráfica en la construcción del conocimiento matemático. Utilizamos para ello el ábaco plano, en el que en la fila superior, representamos las bolas con los mismos colores y en la misma posición que en el ábaco vertical. La actividad consiste en dibujar tantas bolas, del mismo color y en la misma posición, en el ábaco plano, como bolas hayamos puesto en el ábaco vertical:



	●	●	●
●●●●	●●	●●●●	
●●●●●●	●●●●	●●●●●●	

Hay quien piensa que es bueno ir cambiando los colores de las bolas y su posición en el ábaco, para que así, posteriormente, el niño no llegue a asociar un color con un determinado orden de unidades.

En el ábaco plano, cuando introduzcamos los conceptos de unidad, decena, centena ..., añadiremos una columna a la derecha, donde representaremos el número con cifras.

Pero la introducción de estos conceptos tienen que efectuarse una vez que los niños y niñas hayan trabajado todo lo relativo a agrupaciones y cambios.

Como en todas las actividades anteriores, es conveniente hacer la actividad inversa, es decir, pasar de la representación gráfica que tenemos en el ábaco plano, a la representación en el ábaco vertical.

7. Juntamos tus bolas y las mías

- Esta actividad va encaminada a introducir la operación suma de forma manipulativa y gráfica. Empezamos desde el principio a darle sentido a la operación y no a darle importancia al algoritmo para resolverla. Vamos a trabajar por parejas, y cada pareja utilizará tres ábacos. Cada alumno tendrá un ábaco, el tercero lo utilizaremos para representar el resultado final.

Definimos al comienzo un tipo de agrupamiento, por ejemplo:

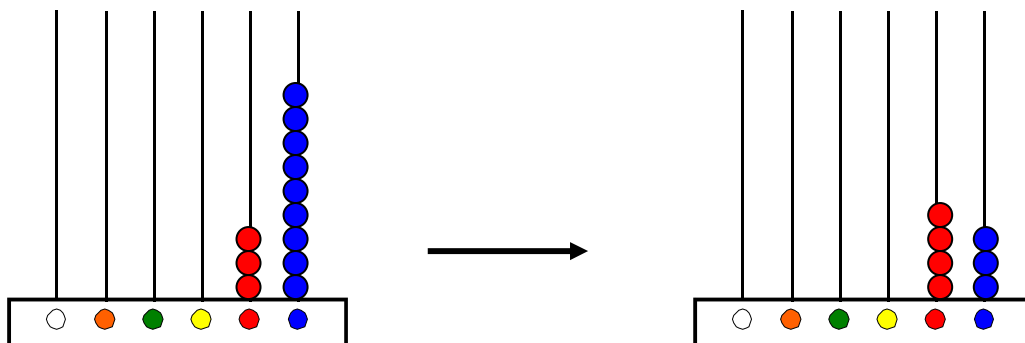


En cada ábaco de los alumnos hay representadas ciertas cantidades, por ejemplo:



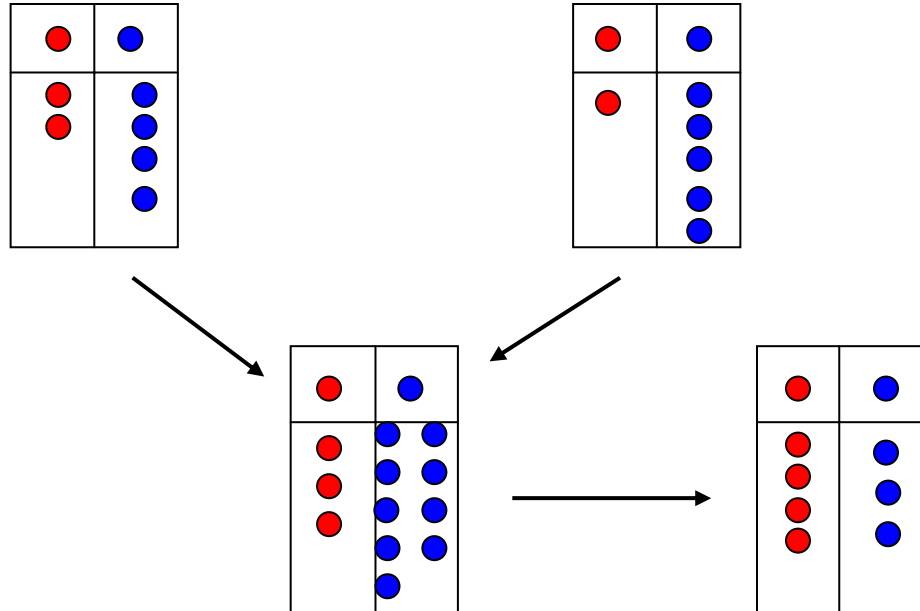
Cada alumno copia en un ábaco plano el número de bolas que ha puesto en su ábaco vertical. Se verbalizan las bolas que tienen cada uno.

A continuación se les pide a cada pareja que junten sus bolas y representen la cantidad resultante en el tercer ábaco. ¿Cuántas bolas tenéis ahora? ¿Qué hemos hecho? ¿Puedo cambiar bolas azules por rojas?



Una vez efectuado el cambio, podemos seguir preguntando, ¿cuántas bolas tengo ahora?

Esta actividad se puede hacer gráficamente, con ábacos planos, de la siguiente forma:



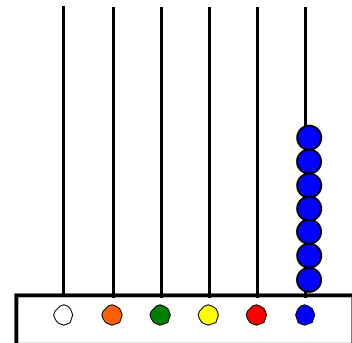
8. Construimos los números

De aquí en adelante vamos a trabajar conjuntamente con el ábaco plano y el ábaco vertical. Cada representación que hagamos en el ábaco vertical, la vamos a hacer en el ábaco plano, y viceversa, al que le hemos añadido una columna a la derecha para representar con números las acciones que representamos en el ábaco vertical.

- Partimos de una situación de conteo, como las que teníamos al principio. Queremos contar palmadas, sillas, ... Por cada palmada que demos, la representamos en el ábaco, introduciendo una bola azul en la varilla de la derecha. Este tipo de convenio ya se utilizó al principio, por lo que el alumno está familiarizado con él.

Empezamos contando y representado acciones u objetos hasta el 9.

			Número
●	●	●	
		●●●●●	7
		●●	

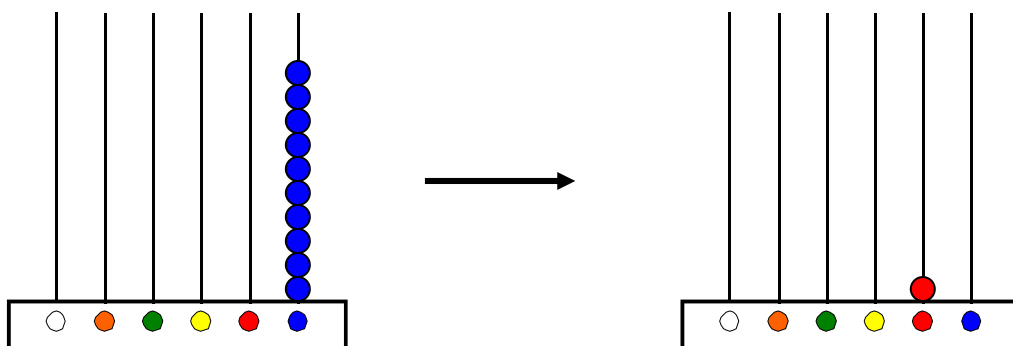
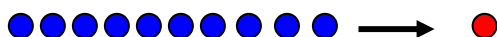


¿Qué pasará cuando queramos contar diez cosas? ¿Cómo las representaremos? Evidentemente, todos los alumnos introducirán las diez bolas azules en la varilla correspondiente. Tendremos que inventarnos algo para construir nuestro sistema de numeración decimal.

¿Os acordáis de los cambios de bolas que hacíamos? Bien, pues el cambio que vamos a hacer es que por cada diez bolas azules que tengamos las vamos a cambiar por una bola roja, que introduciremos en la varilla siguiente.

El convenio de que una bola roja en la segunda varilla vale por diez bolas azules en la primera varilla, nos va a permitir seguir avanzando en la construcción del sistema posicional de base 10. A partir de aquí, introducimos el concepto de decena. Los alumnos representarán, sin mayor dificultad, los números, entendiendo por qué se escriben así. Más adelante haremos actividades para construir decenas completas, trabajar el valor de posición de las cifras de un número, así como reconocer el valor del cero según la posición que ocupe.

La primera dificultad con la que nos vamos a encontrar a la hora de construir nuestro sistema de numeración decimal es la formación de la primera decena (la construcción del 10). Es imprescindible que el niño asimile la equivalencia establecida, y que le ayudemos a comprender que el cero significa que no hay bolas azules en la varilla de la derecha. Por eso la grafía del diez en el ábaco plano es **1** (una bola roja en la segunda varilla) y **0** (ninguna bola azul en la varilla de la derecha).



C	D	U	Número
	●		10
	●	●	11
	●	● ●	12

Para seguir contando no tenemos más que seguir añadiendo bolas azules sucesivamente en la varilla de la derecha y respetar el convenio de que por

cada diez bolas azules en la varilla de la derecha, la cambiamos por una bola roja que introducimos en la varilla que está inmediatamente a su izquierda.

Otra forma de actuar para que los niños comprendan por qué el diez se escribe así (10), es contar hacia atrás en un ábaco. Supongamos que tenemos representado el 15, si le decimos a los alumnos que vayan poniendo sucesivamente en el ábaco el 14, 13, 12, 11 y 10, llegarán por sí mismos a comprender que la representación de ese número es una bola roja en la segunda varilla y ninguna bola azul en la varilla de la derecha.

Se efectuarán todas las representaciones que hagan falta para que el alumno comprenda cómo se forman los números y el por qué de su grafía. Les haremos preguntas como:

¿Cuántas bolas azules tienes? ¿Y rojas?

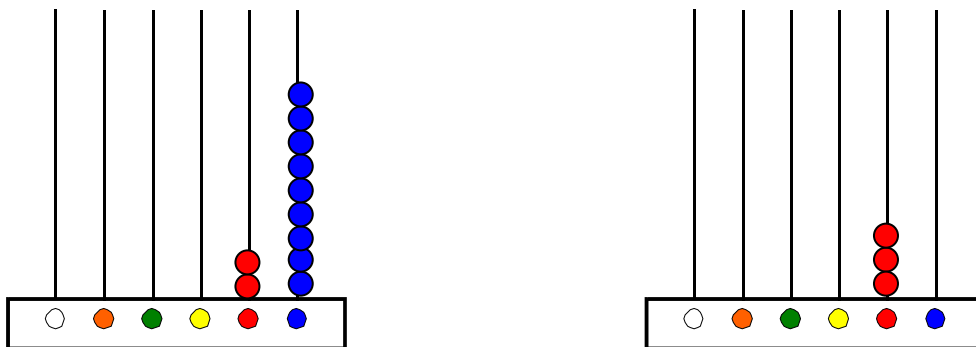
¿Si cambio las rojas por azules, cuántas azules tengo?

Encaminadas a la comprensión de que la decena está formada por diez unidades del “orden inmediatamente inferior”.

A continuación podemos hacer la actividad recíproca, es decir, le damos a los alumnos números escritos en el ábaco plano y éstos tienen que hacer la representación en el ábaco vertical.

9. Escribimos el siguiente de un número

- Esta actividad la pueden realizar por parejas. Un alumno representa un número en el ábaco vertical y lo escribe en el ábaco plano. El compañero tiene que hacer la representación del número siguiente y efectuar la misma operación.



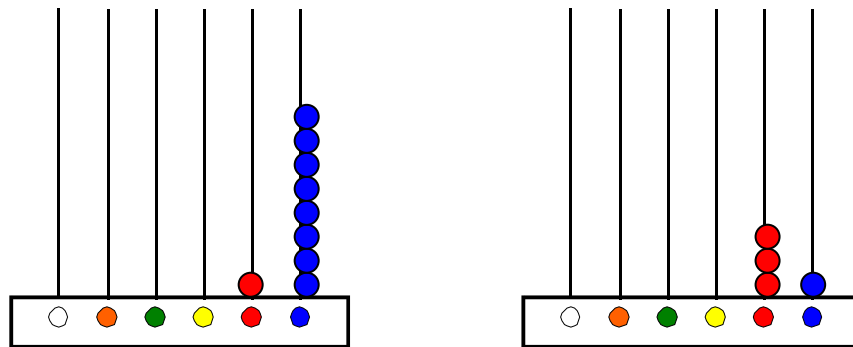
La dificultad, y por tanto el punto de aprendizaje, se presentará cuando haya que construir una nueva decena. La acción que tenemos que valorar es ver si el alumno, efectivamente, cambia las 10 bolas azules de la varilla de la derecha, por una bola roja, y la introduce en la varilla siguiente.

10. ¿Quién es mayor?

- Con esta actividad queremos trabajar el valor de posición de las cifras, que el alumno comprenda que el valor de la cifra 1 en los números 18 y 31 no es el mismo.

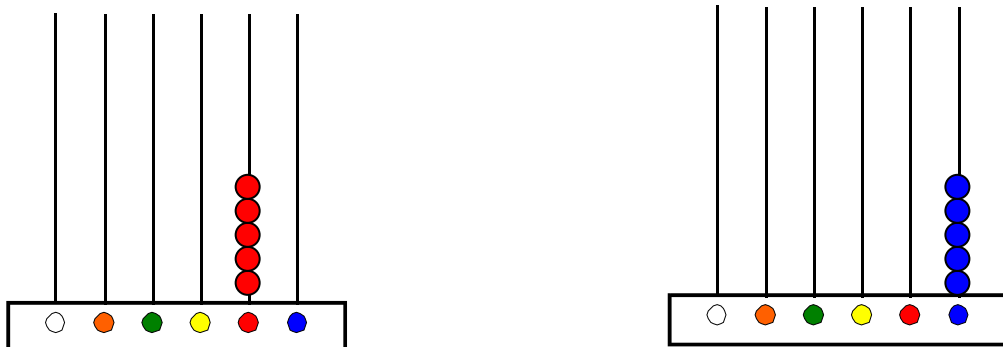
Podemos empezar representando en el ábaco distintos números de dos cifras. A continuación, el maestro representará en dos ábacos distintos, dos números, por ejemplo el 18 y el 31. La pregunta es: ¿Qué número es más grande? Si el alumno se fija en el número de bolas, evidentemente la representación del número 18 en el ábaco tiene más bolas que la representación del número 31. El punto de enseñanza está en hacer que el niño comprenda que la cifra que ocupa el lugar de las decenas es en la que nos tenemos que fijar para saber qué número es mayor.

Para los alumnos que pudieran haberse dejado llevar por la percepción visual, y hubieran dicho que el 18 es más grande que el 31, podemos efectuar el cambio: una bola roja en la segunda varilla, vale por 10 bolas azules en la varilla de la derecha. Entonces haremos que el niño cuente las bolas azules que hay en cada representación. Volveremos a pedirle al alumno que deshaga el cambio para que queden los números representados como al principio. Preguntamos de nuevo: ¿Qué número es, entonces, más grande?



11. Número con ceros

- La idea a trabajar con esta actividad es que cuando no haya bolas en una varilla, lo representamos con la cifra cero. Así, el alumno tendrá que distinguir entre la representación del 05 y del 50. El proceso sería parecido a que empezáramos construyendo, al mismo tiempo, en el ábaco vertical y en el ábaco plano, las decenas completas hasta el 90, a través de situaciones de conteo que fueran múltiplos de 10. En otro ábaco, representaremos, también a través de situaciones de conteo, los números del 1 al 9.



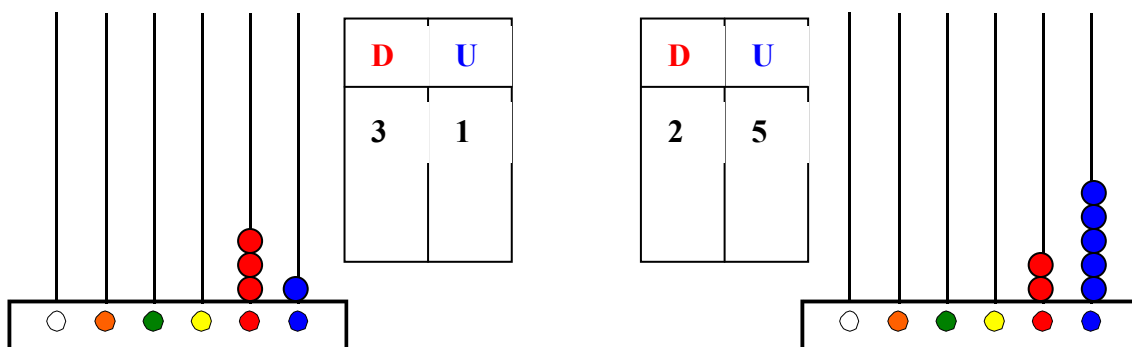
Preguntar si los dos números representados, cada vez, son iguales. ¿Cuál es mayor? ¿Por qué? Los alumnos tendrán que efectuar mentalmente el cambio de las bolas que representan las decenas (rojas) por las bolas que representan las unidades (azules).

D	U
5	0

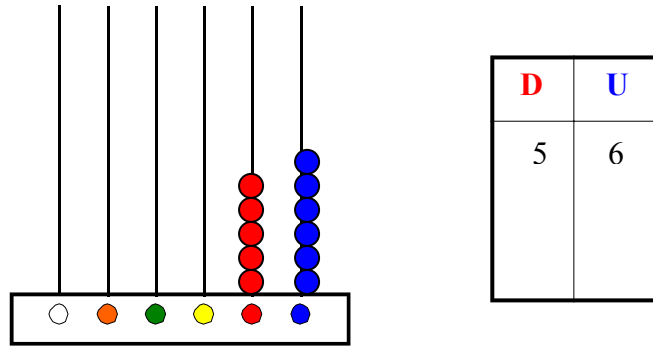
D	U
0	5

12. Iniciación a la suma

- Los alumnos ya saben juntar las bolas de dos ábacos en un tercero y hacer los agrupamientos pertinentes. Vamos a pasar de la fase manipulativa y gráfica, a una fase más abstracta: la representación numérica en el ábaco plano del resultado de la operación. En un principio no introducimos el algoritmo clásico de la suma. Se hará posteriormente, cuando el alumno haya interiorizado el sentido de la operación a través de diversas situaciones como la que a continuación explicitamos:
- La actividad la realizamos por parejas. Cada pareja cuenta con tres ábacos. Cada alumno representa en su ábaco (tanto en el vertical, como en el ábaco plano) un número (estaremos pendientes de que las bolas que se introduzcan en las varillas equivalentes de los dos ábacos, al sumarlas, no superen la decena). Por ejemplo:



A continuación, cada uno de los alumnos traspasa las bolas de su ábaco, al tercer ábaco, a las varillas equivalentes, respetando el orden de éstas, es decir, las bolas azules en la varilla de la derecha y las bolas rojas en la varilla siguiente. Estamos efectuando la operación. Cada alumno anota el resultado en su ábaco plano. Como en la realización del algoritmo habitual de la suma, en el ábaco introducimos primero las bolas que corresponden a las unidades y posteriormente las que corresponden a las decenas.

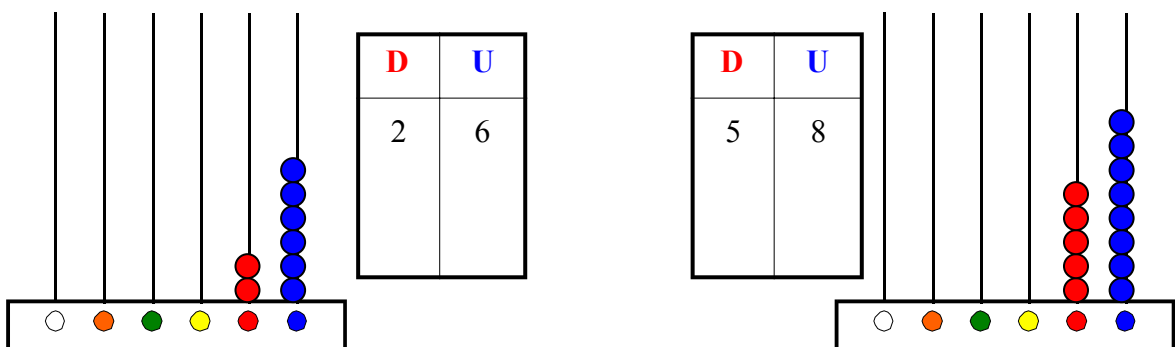


Un punto de estudio interesante es dar a los alumno un número en el ábaco plano y que ellos hagan la representación en dos sumandos en los ábacos verticales.

Cuando hayamos hecho varias actividades de este tipo, conviene que los alumnos hagan cada suma en el papel (en el mismo ábaco plano), y que se percaten que las unidades se suman con las unidades; y las decenas con las decenas.

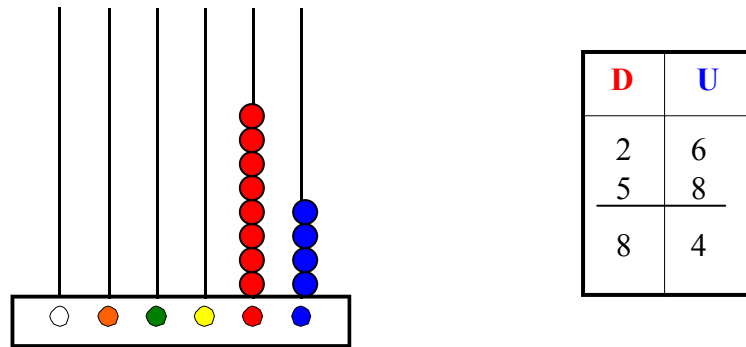
D	U
3	1
2	5
5	6

Si los alumnos han comprendido el proceso llevado hasta ahora, estamos en disposición de introducir la suma “con llevadas”. La manera de proceder es la misma: trabajo por parejas, cada pareja con tres ábacos. Decimos a cada alumno que represente un número en su ábaco (ahora tendremos que estar pendientes que esos números sobrepasen, al sumarlos, la decena en el orden de las unidades). Por ejemplo:



En el tercer ábaco, al juntar las bolas de los dos ábacos correspondientes a las unidades, nos encontramos con que en la varilla de la derecha tenemos que introducir 14 bolas azules. Es el momento de recordar el trabajo previo con los agrupamientos y el cambio de bolas. Cada 10 bolas azules en la primera varilla, las cambio por 1 bola roja en la varilla siguiente (empieza a tener sentido la

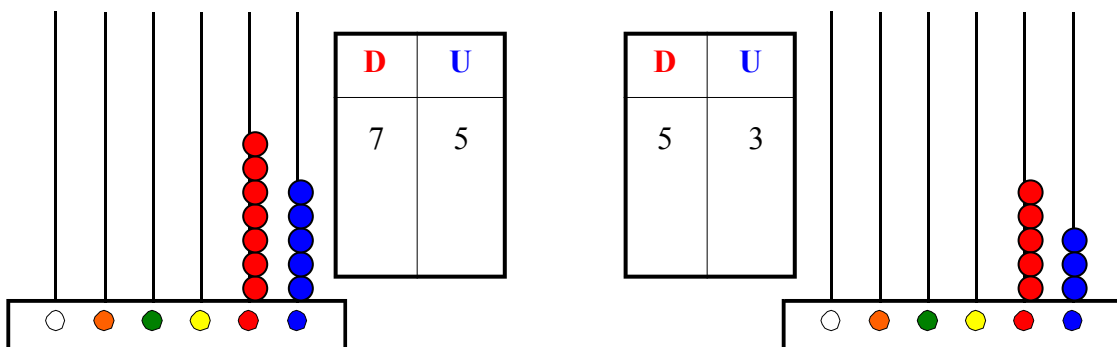
coletilla “me llevo una”). Por lo tanto el resultado, después de contar las bolas en el ábaco será:



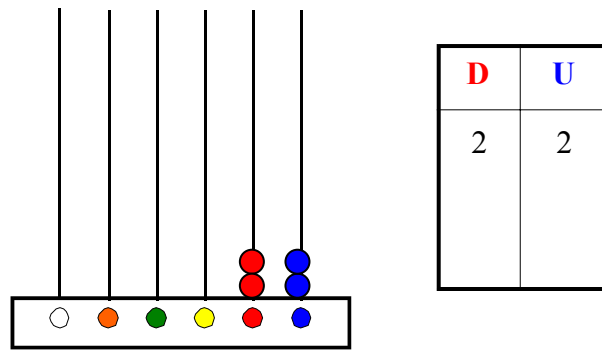
Como en toda operación, la idea es ir dejando paulatinamente el apoyo manipulativo y el apoyo gráfico, para terminar con la representación abstracta de los números y de la operación que realizo con ellos.

13. Iniciamos la resta

- El comienzo de esta actividad es muy parecido al proceso seguido con la suma. Conviene plantear la suma y la resta de manera simultánea. El orden en la que se presentan aquí es pura anécdota. Empezaremos trabajando por parejas. Cada niño tendrá un ábaco. Les pediremos que representen cada uno de ellos un número en su ábaco (con cuidado de que uno de ellos sea mayor que el otro en todos sus órdenes de unidades). Al igual que en la suma, no introducimos el algoritmo hasta que se hayan trabajado suficientes actividades de este tipo. Por ejemplo:



La primera pregunta que les hacemos a los niños es: ¿Cuál de los dos números es mayor? Una vez solucionada la pregunta, iremos quitando al número mayor tantas bolas azules y tantas bolas rojas como bolas azules y rojas hay en el otro ábaco. Este proceso conviene que lo hagamos de manera ordenada, para no confundir a los alumnos: por cada bola que quito en el ábaco del número menor, quito una bola en el ábaco del número mayor del mismo color y de la misma varilla. Por último representamos en el ábaco plano el resultado obtenido.



Al igual que con la suma, si los alumnos han comprendido bien este proceso, es hora de introducir la resta “con llevadas”. Tenemos que empezar recordando a los alumnos los juegos de cambios de bolas que hacíamos al principio. De igual forma, hemos de trabajar los cambios recíprocos (deshacer los cambios).

El proceso podría ser como sigue. Seguimos trabajando por parejas. Los alumnos anotan en sus ábacos una cantidad (cuidaremos que la cifra de las unidades del minuendo sea más pequeña que la del sustraendo).

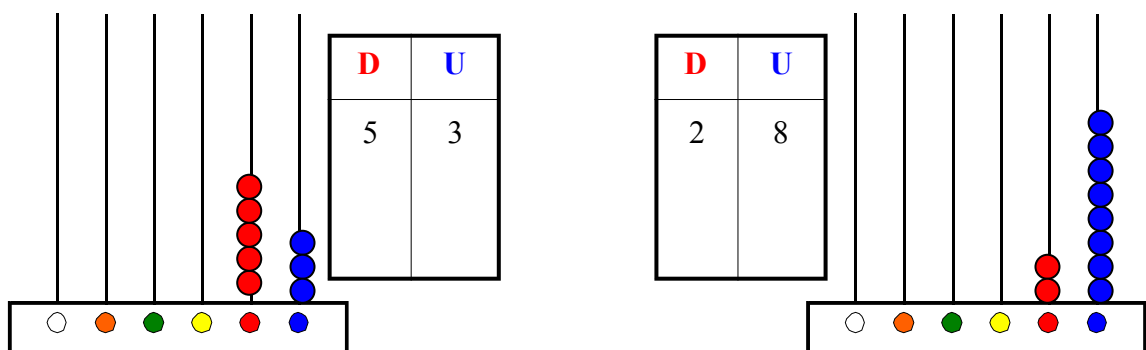
Comparamos las cantidades y elegimos el número mayor. Y empezamos a quitar bolas del ábaco del número mayor ... Nos daremos cuenta que nos faltan bolas. Este es el momento en el que preguntamos ¿Qué hacemos?

Recordamos las equivalencias entre las bolas y repasamos que una bola roja en la segunda varilla, vale por diez bolas azules en la varilla de la derecha.

¿Si no tenemos bolas suficientes, por qué no cambiamos una bola roja en el banco? De esta manera tendremos una bola roja menos, pero tendremos diez bolas azules más. Así, si que puedo quitar ya las bolas azules.

Por ejemplo: Representamos las cantidades 53y 28 en dos ábacos.

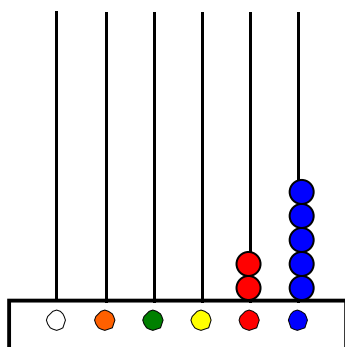
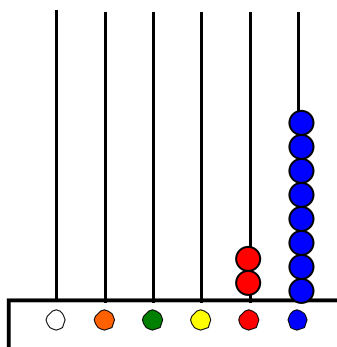
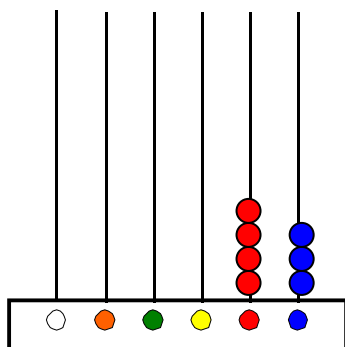
Comparamos las cantidades y decidimos cuál es la mayor. Una vez elegida, comenzamos a quitar bolas, empezando por la varilla de las unidades.



Efectuamos el cambio: ● → ●●●●●●●●

Por lo que tenemos en el ábaco que hace de minuendo, 4 bolas rojas (una menos de las que teníamos) y 13 bolas azules, diez más de las que teníamos. Lo que hay que hacerles ver a los alumnos es que, aunque tengamos distinto número de bolas, el número representado es el mismo. Y por lo tanto, ahora si podemos ir quitando bolas, como lo hacíamos antes, y el resultado es:





D	U
2	5

El algoritmo para la resolución de la operación es el de todos conocidos:

D	U
5	3
2	8
<hr/>	

→

D	U
4	13
2	8
<hr/>	
2	5

14. Pequeñas investigaciones con el ábaco

Vamos a presentar en este apartado una serie de actividades tipo que se podrán adaptar a los distintos niveles de aprendizaje, con sólo elegir los números dentro del campo numérico en el que estemos trabajando.

Una consideración importante es que las bolas van a perder la propiedad del color, es decir, tomarán el valor dependiendo de la varilla en la que la introduzca. Es un paso más en la adquisición del valor de posición de la cifra.

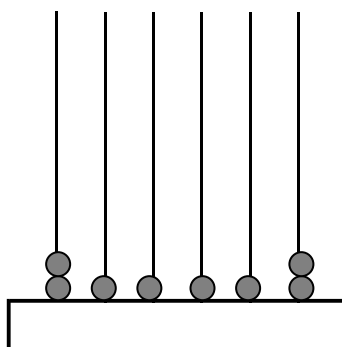
- ¿Qué números de dos, tres, cuatro, ..., cifras, necesitan para anotar su siguiente, desplazar más de una bola a las varillas de la izquierda.
- Con una bola, ¿qué números podemos representar en un ábaco de dos varillas? ¿Y de tres varillas?...
- Con cinco bolas, ¿cuántos números puedes representar en un ábaco de tres varillas?

(En este tipo de actividad se puede jugar con las variables nº de bolas y nº de varillas del ábaco)

¿Cuál es el mayor de los números formados? ¿Y el menor?

¿Cuáles de estos números tendrán un cero? ¿Y un uno?...

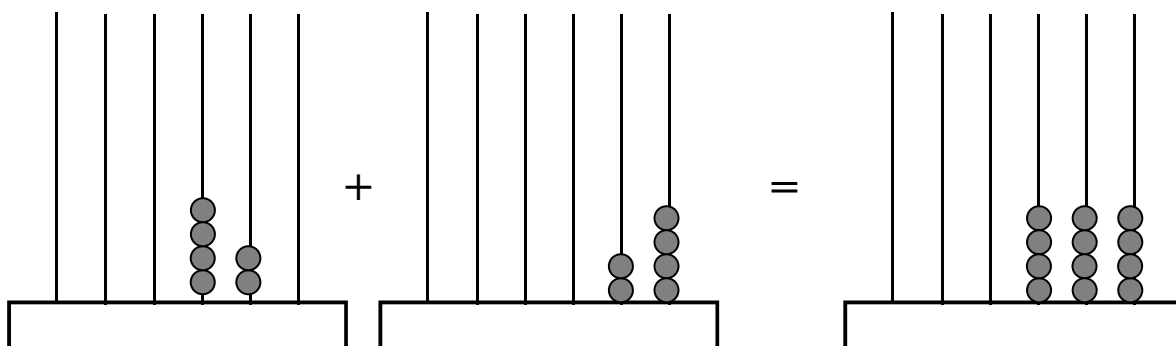
- Representar en un ábaco (definimos número de varillas según la necesidad) números con ceros y unos solamente, empleando, una bola, dos, ... (definimos el número de bolas según la necesidad)
- Representar números pares. ¿Con cuántas bolas, como mínimo, puedo formar un número par en la varilla de la derecha?
- Con una bola, en un ábaco de tres varillas, ¿cuántos números pares puedo representar?
- Representar números impares. ¿Con cuántas bolas, como mínimo, puedo formar un número impar en la varilla de la derecha?
- Con dos bolas, en un ábaco de tres varillas, ¿cuántos números impares puedo representar?
- Números capicúas son aquellos que se leen igual de derecha a izquierda, que de izquierda a derecha.



Si tienes un ábaco de cuatro varillas y tienes 8 bolas, ¿qué números capicúas puedes formar? ¿Cuál es el mayor? ¿Y el menor?

Si formas un número capicúa (con un determinado número de bolas y en un determinado ábaco), ¿cuál es el siguiente capicúa que puedes formar?

- Números complementarios son aquellos que al sumarlos, resulta un número con todas sus cifras iguales.



- Con dos ábacos de tres varillas y 7 bolas para cada ábaco, forma dos números complementarios.
- Con dos ábacos y 12 bolas, forma números complementarios.

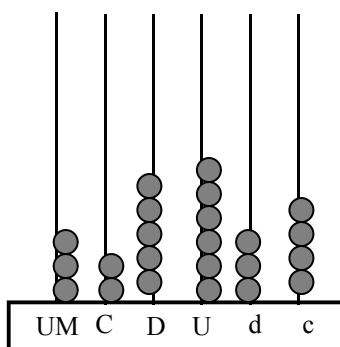
15. Otros usos del ábaco

- **Representación de los números decimales.**

El ábaco puede ser una ayuda para representar los números decimales, es un modelo sugerente que podemos utilizar. Lo primero que tenemos es que determinar la varilla correspondiente a las unidades, es decir, donde situaremos la coma. Una vez definida esta cuestión, las varillas del ábaco tomarán los valores de los distintos órdenes de unidades.

Luego para pasar de una unidad a otra (de una varilla a otra), únicamente hemos de aplicar las reglas ya conocidas:

- Estamos trabajando en un sistema de numeración posicional.
- Cada 10 unidades de un orden cualquiera, forman una unidad del orden inmediatamente superior, o, cada unidad de un orden cualquiera forma diez unidades del orden inmediatamente inferior.



El número representado en el ábaco es: 3.256, 34

Si queremos pasar este número incomplejo a complejo, no tenemos más que escribir el número de bolas de cada varilla y la unidad correspondiente.

Si, al contrario, queremos pasar de un número complejo a incomplejo, lo representamos en el ábaco, fijamos la varilla donde se representan las unidades (el lugar de la coma), y a continuación escribimos el número, cuyas cifras se corresponden con el número de bolas que hay en cada orden de unidades.

- **Multiplicación y división por la unidad seguida de ceros.**

La utilización del ábaco, como apoyo material para la realización de estas operaciones, puede ayudarnos a dar una regla para su aprendizaje, así como a comprenderlas. Lo primero que tenemos que hacer es, como en el caso anterior, determinar la varilla correspondiente a las unidades. Una vez definida esta cuestión, las varillas del ábaco tomarán los valores de los distintos órdenes de unidades.

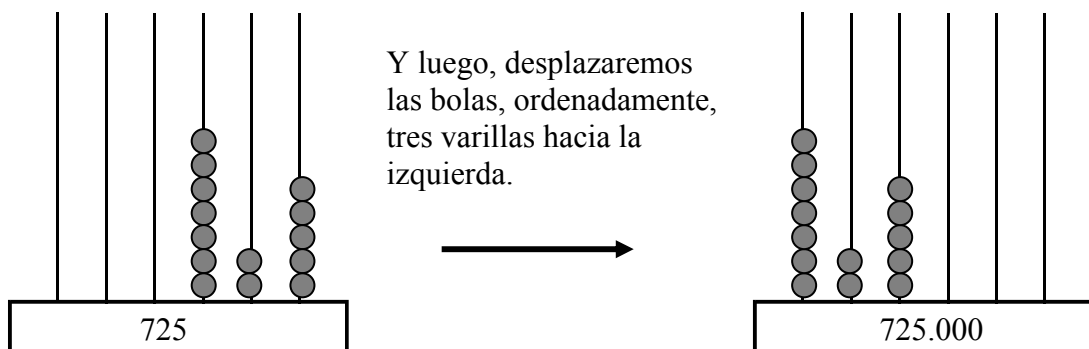
Este material puede permitir que el propio alumno sea capaz de definir la regla para efectuar estas operaciones:

- Una bola en la varilla de la derecha vale uno.
- La misma bola situada en la segunda varilla vale 10 veces más lo que vale en la primera.

- La misma bola situada en la tercera varilla vale 100 veces más lo que vale en la primera, o 10 veces más lo que vale la segunda.
- ...

Dado un número cualquiera representado en el ábaco, si lo queremos multiplicar por la unidad seguida de ceros, únicamente hemos de trasladar de manera ordenada todas las bolas desde su varilla, a otra varilla situada a la izquierda, tantos lugares como ceros tiene la unidad. Por ejemplo:

Si queremos multiplicar 725×1000 , procederemos, primero a representar el número en el ábaco:



Para dividir por la unidad seguida de ceros, el procedimiento es análogo, únicamente que los desplazamientos se producen hacia la derecha.

Si son números decimales, los desplazamientos los hacemos en función de la coma, a derecha o izquierda, dependiendo si dividimos o multiplicamos. Por ejemplo si quiero realizar $72'5 : 1000$, primero representamos el número en el ábaco, definiendo previamente el orden de unidades en las varillas:

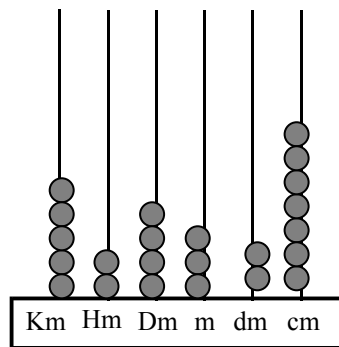


- **Introducción al sistema métrico decimal.**

La manera de proceder es exactamente la misma que la utilizada para representar los números decimales. Se han de respetar las propiedades del sistema de numeración decimal:

- Es un sistema de numeración posicional, es decir, dependiendo del lugar que la cifra ocupe dentro del número, ésta tomará un determinado valor.
- Diez unidades de un orden cualquiera, forman una unidad del orden inmediatamente superior.

El ábaco tomaría esta apariencia:



- Para pasar de una unidad a otra, sólo tenemos que definir la equivalencia de que una bola situada en una determinada varilla, vale por diez bolas situadas en la varilla que está situada inmediatamente a su derecha. De la misma manera, 10 bolas situadas en una determinada varilla, vale por una bola situada en la varilla que está situada inmediatamente a su izquierda.
- Para pasar de números complejos a incomplejos; y viceversa, sólo tenemos que aplicar lo ya reseñado en el punto de los números decimales.