1.- Utilizando la regla de Ruffini, halla el cociente y el resto de estas divisiones.

a) $(3x^4 - 2x^2 + 5x - 2) : (x - 2)$

b) $(-x^4 + 2x^3 - 3x + 1) : (x + 1)$

c) $(3x^3 + 2x^2 - x) : (x + 2)$

d) $(x^3 - 27) : (x - 3)$

a) $(3x^4 - 2x^2 + 5x - 2) : (x - 2)$

	3	0	-2	5	-2
2		6	12	20	50
	3	6	10	25	48

$C(x) = 3x^3 + 6x^2 + 10x + 25$
$R = 48$

b) $(-x^4 + 2x^3 - 3x + 1) : (x + 1)$

	-1	2	0	-3	1
-1		1	-3	3	0
	-1	3	-3	0	1

$C(x) = -x^3 + 3x^2 + 3x$
$R = 1$

c) $(3x^3 + 2x^2 - x) : (x + 2)$

	3	2	-1	0
-2		-6	8	-14
	3	-4	7	-14

$C(x) = 3x^2 - 4x + 7$
$R = -14$

d) $(x^3 - 27) : (x - 3)$

	1	0	0	-27
3		3	9	27
	1	3	9	0

$C(x) = x^2 + 3x + 9$
$R = 0$

Teorema del resto:

El resto de la división de un polinomio P(x), entre un polinomio de la forma (x − a) es el valor numérico de dicho polinomio para el valor: x = a.

- Calcular, por el teorema del resto, el resto de la división:

$(x^4 - 3x^2 + 2) : (x - 3)$

$P(3) = 3^4 - 3 \cdot 3^2 + 2 = 81 - 27 + 2 = \mathbf{56}$

Comprobamos la solución efectuando la división por Ruffini.

	1	0	-3	0	2
3		3	9	18	54
	1	3	6	18	56

Corolario:

El polinomio P(x) es divisible por un polinomio de la forma (x − a) si y sólo si P(x = a) = 0.

Al valor **x = a** se le llama **raíz** o **cero** de P(x).

Factorizar el siguiente polinomio $\Rightarrow P(x) = x^5 - 9x^3 + 4x^2 + 12x$

1. Factor común

Todos los términos tienen x, es el factor común. $\Rightarrow x\,(x^4 - 9x^2 + 4x + 12)$, ya hemos obtenido un factor que es x. Para comprobar que lo hemos hecho bien si multiplicamos debemos obtener P(x).

2. Ruffini para el polinomio que nos ha quedado.

Le llamamos Q(x) $\Rightarrow Q(x) = x^4 - 9x^2 + 4x + 12$

Los divisores del término independiente 12 de menor a mayor son: $\pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ \pm 4,\ \pm 6,\ \pm 12$.

Sustituimos la x del polinomio por estos valores, de menor a mayor, $\pm 1,\ \pm 2$ etc .

Para $x = 1 \Rightarrow Q(1) = 1^4 - 9\cdot 1^2 + 4\cdot 1 + 12 \Rightarrow Q(1) = 8 \Rightarrow 1$ no da un factor.

Para $x = -1 \Rightarrow Q(-1) = (-1)^4 - 9(-1)^2 + 4(-1) + 12 \Rightarrow Q(-1) = 0 \Rightarrow -1$ da un factor $\rightarrow (x+1)$

Polynomials
Algebraic fractions

Factorizar el siguiente polinomio $\Rightarrow P(x) = x^5 - 9x^3 + 4x^2 + 12x$

Hacemos Ruffini para los valores de x que nos han dado 0.

a) Hacemos Ruffini para $x = -1 \Rightarrow (x+1)(x^3 - x^2 - 8x + 12)$

b) Repetimos el proceso para $x = 2 \Rightarrow (x-2)(x^2 + x - 6)$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & 0 & -9 & 4 & 12 \\
-1 & & -1 & 1 & 8 & -12 \\
\hline
 & 1 & -1 & -8 & 12 & 0 \\
2 & & 2 & 2 & -12 & \\
\hline
 & 1 & 1 & -6 & 0 &
\end{array}
\Rightarrow x^4 - 9x^2 + 4x + 12 = (x+1)(x-2)(x^2 + x - 6)$$

3. Ecuación de segundo grado para el polinomio cociente $\Rightarrow (x^2 + x - 6)$

Cuando me queda un polinomio de segundo grado lo mejor es resolver la ecuación de segundo grado. Los factores son las soluciones cambiadas de signo.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4\cdot 1\cdot(-6)}}{2\cdot 1} \quad \begin{matrix} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \end{matrix} \Rightarrow (x^2 + x - 6) = (x-2)(x+3)$$

Factorizar el siguiente polinomio $\Rightarrow P(x) = x^5 - 9x^3 + 4x^2 + 12x$

4. Escribimos el polinomio original factorizado

$$P(x) = x^5 - 9x^3 + 4x^2 + 12x \Rightarrow x^5 - 9x^3 + 4x^2 + 12x = x(x+1)(x-2)(x-2)(x+3)$$

*** Un polinomio puede tener tantos factores como su grado, en este caso 5.

5. Raíces o ceros del polinomio: Son los valores para los cuales el valor numérico del polinomio nos da cero. En el ejemplo serian: 0, -1, 2, -3

Factorizar los polinomios:

a) $f(x) = x^3-4x^2+x+6$

b) $g(x)= x^4-5x^2+4$

c) $h(x)= x^3-2x^2-5x+6$

d) $j(x)= x^3+4x^2+3x$

a) $f(x)=(x+1)(x-2)(x-3)$

b) $g(x)=(x+1)(x+2)(x-1)(x-2)$

c) $h(x)=(x-1)(x+2)(x-3)$

d) $j(x)=x(x+1)(x+3)$

4.8. ALGEBRAIC FRACTIONS

An algebraic fraction is a fraction where numerator and denominator are algebraic expressions. Algebraic fractions behave the same as numeric fractions. So you can:

- **Reduce a fraction** to its lowest terms by dividing both numerator and denominator by the same expression. We are **cancelling down** the expressions. For example:

$$\frac{3x(x+1)^2}{6x^2(x+1)}=\frac{\cancel{3}\cancel{x}(x+1)\cancel{(x+1)}}{2\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{x}\cdot x\cdot\cancel{(x+1)}}=\frac{x+1}{2x}$$

- **Add and subtract algebraic fractions**. If they have the same denominator, we will add just the numerators. If they have different denominators, we will reduce them to a common denominator, just like we did with numerical fractions. For example:

a) $$\frac{3x+5}{x+3}-\frac{x-1}{x+3}=\frac{3x+5-(x-1)}{x+3}=\frac{2x+6}{x+3}=\frac{2\cancel{(x+3)}}{\cancel{x+3}}=2$$

b) $$\frac{3x+1}{x^2}+\frac{5x}{2}-\frac{x+2}{2x}=\frac{2(3x+1)}{2x^2}+\frac{5x\cdot x^2}{2x^2}-\frac{x(x+2)}{2x^2}=\frac{6x+2+5x^3-x^2-2x}{2x^2}=$$
$$=\frac{5x^3-x^2+4x+2}{2x^2}$$

- **Multiply algebraic fractions** by multiplying their numerators and their denominators. For example:

$$\frac{2x}{x-3}\cdot\frac{4x+1}{x^2}=\frac{2\cancel{x}(4x+1)}{x^{\cancel{2}}(x-3)}=\frac{2(4x+1)}{x(x-3)}=\frac{8x+2}{x^2-3x}$$

- **Divide algebraic fractions** by multiplying the first fraction by the reciprocal of the second. For example:

$$\frac{2x}{x+1}:\frac{x-2}{x+4}=\frac{2x(x+4)}{(x+1)(x-2)}=\frac{2x^2+8x}{x^2-x-2}$$

Adjuntos

Radianes-Grados.ggb

Circunferencia_Goniometrica.ggb