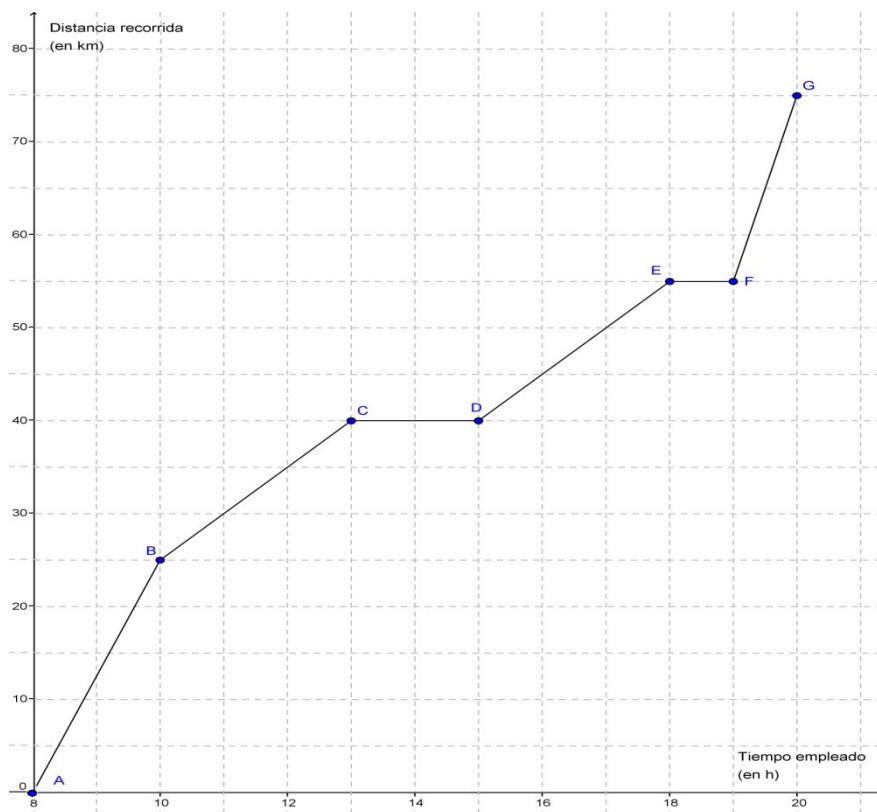


EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Sistemas de representación.

Ejercicios que no se realizan

1. Sitúa en un sistema de referencia cartesiano los puntos siguientes, eligiendo una escala en los ejes que permita dibujarlos todos de forma cómoda: $A(5,4)$; $B(0,2)$; $C(-2,0)$; $D(3,-1,3)$; $E(1'5,0)$; $F(0,0)$; $G(-1,-2/3)$. Señala en cada caso a qué cuadrante pertenece el punto o, en su caso, en qué eje está.
2. Escribe las coordenadas de tres puntos situados en el tercer cuadrante.
3. Sitúa en un sistema de referencia cartesiano los puntos siguientes:
 $A(0, 4)$; $B(0, 2'3)$; $C(0, -2)$; $D(0, -1)$. ¿Qué tienen en común todos ellos?
4. Escribe las coordenadas y representa tres puntos del eje de ordenadas. ¿Qué tienen en común?
5. Dibuja en tu cuaderno un triángulo rectángulo con un cateto igual a 3, y el vértice del ángulo recto en el origen de coordenadas. Indica las coordenadas de todos los vértices.
6. La siguiente gráfica resume la excursión que hemos realizado por la sierra de Guadarrama:



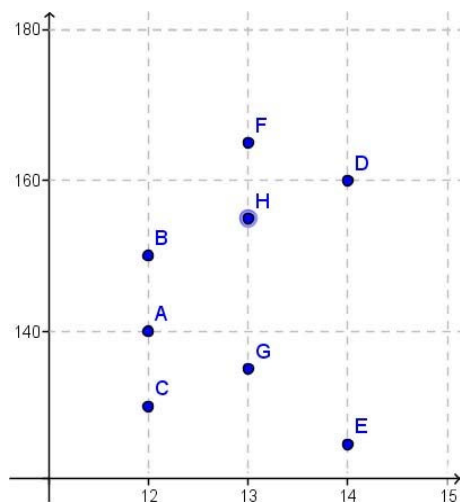
- a) ¿Cuánto tiempo duró la excursión?
- b) ¿Cuánto tiempo se descansó? ¿A qué horas?
- c) ¿Cuántos kilómetros se recorrieron?
- d) ¿En qué intervalos de tiempo se fue más rápido que entre las 11 y las 13 horas?
- e) Haz una breve descripción del desarrollo de la excursión.
- f) Construye una tabla de valores a partir de los puntos señalados en la gráfica.
- g) Si en el eje de ordenadas representáramos la variable "distancia al punto de partida", ¿sería la misma gráfica? Con los datos que dispones, ¿puedes hacerla?

Funciones y tipos de funciones.

7. Indica cuáles de las siguientes correspondencias son funciones:

- A cada número natural se le asocian sus divisores primos.
- A cada circunferencia del plano se le asocia su centro.

8. La altura y la edad de los componentes de un equipo de baloncesto están relacionados según muestra la siguiente gráfica:



- Si Juan tiene 14 años, ¿cuál puede ser su altura?
- Si María mide 165 cm, ¿cuál puede ser su edad?
- La relación entre la altura y la edad de los diferentes componentes del equipo, ¿es una relación funcional? ¿Por qué?
- ¿Y la relación entre la edad y la altura? Realiza una gráfica similar a la anterior para representar esta situación.

9. La distancia, d , recorrida por un tren depende del número de vueltas, n , que da cada rueda de la locomotora.

- Escribe la fórmula que permite obtener d conocido n , sabiendo que el diámetro de las ruedas de la locomotora es de 78 cm.
- Dibuja la gráfica.
- ¿Qué distancia habrá recorrido el tren cuando la rueda haya dado mil vueltas? (toma como valor de π el número 3,14).
- ¿Cuántas vueltas habrá dado la rueda al cabo de 7 km?

10. Un globo sonda utilizado por el Servicio Meteorológico de los Pirineos para medir la temperatura a distintas alturas lleva incorporado un termómetro. Se observa que cada 180 m de altura la temperatura disminuye un grado. Cierta día la temperatura en la superficie es de 9º C. Determina:

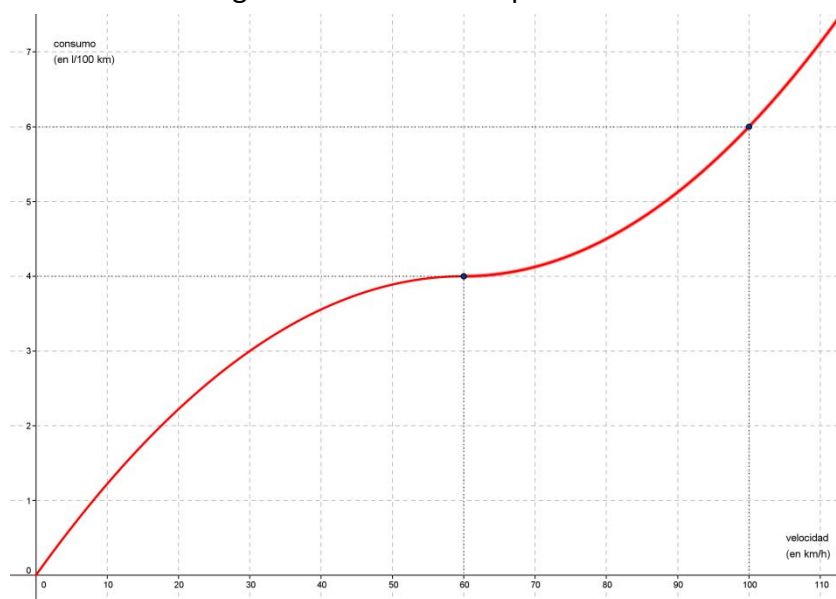
- ¿Qué temperatura habrá a 3 km de altura?
- ¿A qué altura habrá una temperatura de -30º C?
- Escribe una fórmula que permita calcular la temperatura T conociendo la altura A . Confecciona una tabla y dibuja la gráfica. ¿Qué tipo de función es?
- Si la temperatura en la superficie es de 12º C, ¿cuál es entonces la fórmula? ¿Qué tipo de función es?

11. Dibuja la gráfica de la función parte entera: $y = E(x)$.

12. Un rectángulo tiene un perímetro de 100 cm. Llama x a la longitud de uno de sus lados y escribe la fórmula que da el área en función de x . Dibuja su gráfica. ¿Qué tipo de función es?

13. Una caja cuadrada tiene una altura de 20 cm. ¿Cómo depende su volumen del lado de la base? Dibuja la gráfica de la función que resulta.

14. Con una hoja de papel de 32 cm de largo y 22 cm de ancho se recorta un cuadrado de 2 cm de lado en cada una de las esquinas, se dobla y se construye una caja. ¿Cuál es el volumen de la caja? ¿Y si se recortan cuadrados de 3 cm? ¿Cuál es el volumen si el lado del cuadrado recortado es x ? Escribe la fórmula y dibuja la gráfica.
15. Escribe la ecuación de la recta paralela a $y = 4x + 2$ de ordenada en el origen 6.
16. Sin representarlos gráficamente, di si están alineados los puntos $A(3, 4)$, $B(7, 9)$ y $C(13, 15)$.
17. Una empresa de alquiler de vehículos ofrece dos fórmulas diferentes. Fórmula 1: Lo alquila por 300 euros al día con kilometraje ilimitado. Fórmula 2: Lo alquila por 200 euros al día y 7 euros el kilómetro. Queremos hacer un viaje de 10 días y mil kilómetros, ¿cuánto nos costará con cada una de las fórmulas? Como no sabemos el kilometraje exacto que acabaremos haciendo, nos interesa hacer un estudio para saber la fórmula más beneficiosa. Escribe las fórmulas de ambas situaciones y dibujas sus gráficas. Razona, a partir de dichas gráficas, qué fórmula es más rentable según el número de kilómetros que vayamos a hacer.
18. Se construyen boyas uniendo dos conos iguales por la base, siendo el diámetro de la base de 90 cm. El volumen de la boya es función de la altura " a " de los conos. Si queremos una boya para señalar la entrada de patinetes nos basta con una altura de 50 cm: ¿qué volumen tendrá? Si es para barcos mayores se necesita una altura de 1,5 m: ¿qué volumen tendrá? Escribe la expresión de la función que calcula el volumen en función de la altura. Dibuja su gráfica.
19. ~~19. Escribe la ecuación de la recta de simetría y los puntos de intersección con los ejes de las siguientes parábolas. Dibuja sus gráficas.~~
~~a) $y = x^2 + 8x - 13$ b) $y = -x^2 + 8x - 13$ c) $y = x^2 - 4x + 2$ d) $y = x^2 + 6x$ e) $y = -x^2 + 4x - 1$~~
20. ~~20. Escribe la ecuación de la recta de simetría y los puntos de intersección con los ejes de las siguientes parábolas. Dibuja sus gráficas.~~
~~a) $y = 2x^2 + 8x - 12$ b) $y = -2x^2 + 8x - 10$ c) $y = 2x^2 - 8x + 10$ d) $y = 2x^2 + 6x$~~
~~Ayuda: $2x^2 + 8x - 12 = 2(x^2 + 4x - 6) = 2((x + 2)^2 - 4 - 6) = 2((x + 2)^2 - 10)$. Vértice $(-2, -10)$.~~
21. El consumo de gasolina de un coche por cada 100 km viene representado mediante la gráfica.



- a) ¿Cuál es la variable dependiente?
- b) ¿Y la independiente?
- c) ¿Cuál es el consumo para una velocidad de 50 km/h?
- d) ¿A qué velocidad el consumo es de 5 l/100 km?
- e) Utiliza la gráfica para explicar cómo varía el consumo de gasolina dependiendo de la velocidad del coche.

Características de las funciones.

22. ~~Al llegar a un acuerdo con su padre para recibir su paga. Cobrará 20 euros al mes el primer año, y 5 euros más por cada año siguiente. ¿Cuánto le corresponderá dentro de 7 años? Haz una tabla de valores y representa su gráfica. ¿Es continua? ¿Hay algún tipo de discontinuidad y su tipo. Busca una fórmula que permita calcular la paga cuando hayan pasado n años.~~
23. ~~La velocidad del coche varía dependiendo del tipo de carretera, de las condiciones en que se encuentra, del tiempo que ha estado conduciendo. La siguiente gráfica refleja la velocidad de un vehículo en cada instante del trayecto que ha seguido.~~



- ¿Es funcional la relación de dependencia entre el tiempo y la velocidad?
 - ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la dependiente?
 - ¿A qué velocidad iba cuando llevaba una hora de viaje? ¿En qué momentos iba a una velocidad de 40 km/h?
 - Indica los intervalos en los que la velocidad ha aumentado y disminuido. ¿Ha sido constante en algún momento? ¿Cuándo? ¿Durante cuánto tiempo?
 - ¿Cuál ha sido la velocidad máxima alcanzada a lo largo de todo el viaje? ¿En qué momento se alcanzó? ¿Y durante la primera hora del mismo?
 - ¿Cuál ha sido la velocidad mínima alcanzada a lo largo de todo el viaje? ¿Cuándo se alcanzó? ¿Y entre la primera media hora y la hora y media?
24. Al entrar en el aparcamiento de un centro comercial encontramos un letrero con los precios que nos indican que 1 hora o fracción cuesta 1'20 € y las dos primeras horas son gratis para los clientes con tarjeta de compra del centro. Haz una tabla que relacione el tiempo con el importe pagado

durante una jornada completa (12 horas) en los casos de un cliente con tarjeta o sin ella. Esboza la gráfica y contesta a las preguntas:

- ¿Qué valores toma la variable dependiente? ¿Y la independiente?
- ¿Puedes unir los puntos de la gráfica? ¿Cómo se debe hacer?
- ¿Existen puntos de discontinuidad? Si la respuesta es afirmativa, señálalos y explica su significado.

25. Al estudiar el crecimiento de una planta observamos que durante los primeros 30 días lo hace muy de prisa, en los 15 días siguientes el crecimiento es más lento y después se mantiene con la misma altura. Realiza un esbozo de la gráfica que relaciona el tiempo con la altura alcanzada por la planta.

Si tenemos más información podemos mejorar el boceto. Por ejemplo, haz la tabla y la gráfica en el caso de que el crecimiento de la planta se ajuste a las siguientes fórmulas (el tiempo se expresa en días y la altura en centímetros):

- Durante los primeros 30 días: altura = $4 \times \text{tiempo}$
- En los 15 días siguientes: altura = $90 + \text{tiempo}$
- A partir del día 45: altura = 135.

26. Un viaje realizado por un tren, en un cierto intervalo del mismo, viene dado de la siguiente forma:

- Durante las dos primeras horas, la distancia " d " (en kilómetros) al punto de partida es $2 \cdot t + 1$, donde " t " es el tiempo (en horas) de duración del trayecto.
- Entre la 2ª y 3ª hora, dicha distancia viene dada por $-t + 7$.
- Entre la 3ª y 4ª hora, ambas inclusive, $d = 4$.
- Desde la 4ª y hasta la 6ª (inclusive), la distancia se ajusta a $3 \cdot t - 8$.

- Realiza una tabla y una gráfica que recoja dicho viaje de la forma más precisa posible (para ello debes calcular, como mínimo, los valores de la variable tiempo en los instantes 0, 2, 3, 4 y 6).
- Explica si la relación anteriormente explicada entre la distancia recorrida y el tiempo tardado en recorrerla es funcional.
- La relación anterior, ¿presenta alguna discontinuidad?
- ¿En qué momento la distancia al punto de partida es de 7 km?
- ¿Qué indican los puntos de corte de la gráfica con los ejes?
- Determina los intervalos donde la función es creciente, decreciente y constante.
- Encuentra los puntos donde la función alcanza sus máximos y mínimos relativos y absolutos. Interpreta el significado que puedan tener.

27. Representa gráficamente las siguientes funciones, estudiando en ella todas las características que se han tratado en el tema: monotonía, extremos, simetría y periodicidad.

- Valor absoluto de un número: $f(x) = |x|$.
- Opuesto e inverso de un número: $f(x) = \frac{-1}{x}$.
- Mantisa (a cada número le hace corresponder la diferencia entre dicho número y su parte entera): $M(x) = x - E(x)$.

28. Las gráficas siguientes representan la evolución, un día cualquiera, de la temperatura alcanzada entre las 7 de la mañana y las 4 de la tarde en cuatro ciudades (Madrid, Granada, Valencia y Sevilla).