

# NÚMEROS

## NÚMEROS RACIONALES

1) Simplifica todo lo que puedas, hasta llegar a la irreducible, cada una de las siguientes fracciones:

a)  $\frac{25}{30}$

b)  $\frac{5}{6}$

c)  $\frac{24}{68}$

d)  $\frac{150}{108}$

e)  $\frac{924}{6930}$

2) Simplifica:

$$\frac{180}{150}, \frac{-325}{275} \text{ y } \frac{240}{360}$$

3) Dadas las dos fracciones siguientes:  $\frac{352}{1441}$  y  $\frac{765}{522}$ , ¿Es alguna irreducible? Justifica tu respuesta.

4) Ordena de mayor a menor, reduciéndolas previamente a igual denominador, las siguientes listas de fracciones:

a)  $\frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{8}{35}, \frac{1}{2}$

b)  $\frac{-43}{60}, \frac{1}{4}, \frac{-4}{5}, \frac{5}{6}$

5) Calcula, aplicando la jerarquía de las operaciones y dando el resultado lo más simplificado posible:

a)  $\frac{3}{5} + \frac{3}{25} + \frac{3}{125} + \frac{3}{625}$

b)  $\frac{-8}{5} + \frac{12}{5} \cdot \frac{7}{6}$

c)  $\frac{-8}{5} + \frac{12}{5} : \frac{7}{6}$

d)  $\frac{8}{3} + \frac{7}{5} \cdot \frac{4}{3} - \frac{18}{25} : \frac{9}{15}$

e)  $\frac{1}{2} - \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3}\right) + 5 : \left(\frac{2}{5} : \frac{4}{5}\right)$

i)  $\frac{7}{10} + \frac{5}{6} : \left(5 - \frac{10}{3}\right)^2$

j)  $-\frac{1}{8} + \frac{8}{9} : \left(\frac{4}{3}\right)^3$

6) Clasifica los siguientes números decimales (exactos, periódicos puros o mixtos), y calcula su fracción generatriz:

a) 0,222...

b) 1,345

c) -5,282828...

d) 2,2333...

7) Mi hermano pequeño ha comprado un ordenador y un amigo le ha regalado 42 juegos. De estos juegos, los  $\frac{2}{3}$  son de acción,  $\frac{2}{7}$  son juegos de estrategias y rol, y el resto de cultura general. ¿Cuántos juegos le regaló de cada tipo exactamente?

8) Entre una viuda y sus dos hijos se repartió, como herencia, un terreno de labranza de 540 Ha. A la señora le correspondieron los  $\frac{2}{3}$  del total y a cada uno de los hijos,  $\frac{1}{2}$  del resto.

a) ¿Cuántas Ha de terreno le tocaron a la madre y cuántas a cada hijo?

b) ¿Qué fracción de la totalidad obtuvieron cada uno de los chicos?

c) ¿Y entre los dos?

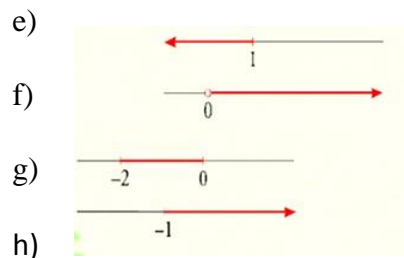
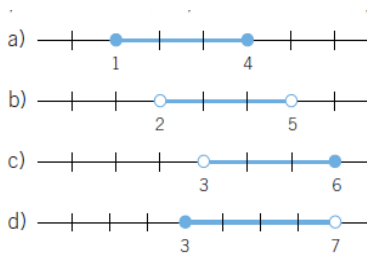
**9)** Representa los siguientes intervalos en la recta real, escríbelos en forma de desigualdad e indica si son abiertos, cerrados o semicerrados:

- a)  $[0,2)$       b)  $(1,3]$       c)  $(-1,2)$       d)  $[2,5]$       e)  $[4, +\infty)$       f)  $(-\infty, 3)$   
 g)  $(-\infty, 1]$       h)  $(-3, +\infty)$

**10)** Representa y escribe en forma de intervalo los siguientes conjuntos de números reales, e indica si son intervalos o semirrectas:

- a)  $\{x \in \mathbb{R} / 1 \leq x < 4\}$       b)  $\{x \in \mathbb{R} / 3 < x < 5\}$       c)  $\{x \in \mathbb{R} / -4 < x \leq 1\}$       d)  $\{x \in \mathbb{R} / 13 \leq x \leq 15\}$   
 e)  $\{x \in \mathbb{R} / x < 5\}$       f)  $\{x \in \mathbb{R} / x \geq -8\}$       g)  $\{x \in \mathbb{R} / x \leq 0\}$       h)  $\{x \in \mathbb{R} / x > 7\}$

**11)** Escribe en forma de intervalo o de desigualdad, los siguientes conjuntos de números reales:



**12)** En un supermercado debe redondear los precios siguientes. ¿Qué número debe marcar?

- a) 3,419 €      b) 12,3419 €      c) 24,89502 €      d) 9,999 €  
 e) 39,4991 €      f) 55,0072 €

**13)** Si observamos en un folleto publicitario que el precio de un chupete es de 0,90 €, el de un balón, 4,95 € y el de un abrigo, 99,90 €, inmediatamente pensamos que el chupete cuesta 1 €, el balón 5 € y el abrigo 100 €

- a) ¿Qué error absoluto estamos cometiendo en cada caso?  
 b) ¿En qué caso estamos haciendo una mejor aproximación? (Justifica tu respuesta calculando los errores relativos)

**14)** Se quiere evaluar la precisión de dos calibres.

- Con el calibre A se mide un cilindro de diámetro 3,256 cm y el calibre da una medición de 3,28 cm.
  - Con el calibre B se mide un tornillo de diámetro 0,458 cm y su medición es de 0,47 cm.
- ¿Qué calibre es más preciso? Calcula los errores relativos y compáralos.

**15)** Escribe en notación científica los siguientes números:

- a) 725.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000  
 b) 0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 653  
 c) 1.250 billones  
 d) 5,2 trillones  
 e) La masa de un electrón 0,000 000 000 000 000 000 000 000 91g  
 f) La masa de la Tierra: 5.980.000.000.000.000.000.000 kg

g) La masa del Sol: 1.980.000.000.000.000.000.000.000 kg

**16)** Calcula e indica el resultado en notación científica:

a)  $12 \cdot 10^{-7} \cdot 0,008$

b)  $(42 \cdot 10^5) : (7 \cdot 10^{-4})$

c)  $(16 \cdot 10^{-9}) \cdot (3,2 \cdot 10^{-2})$

d)  $(24 \cdot 10^3) : (6 \cdot 10^{-2})$

e)  $\frac{2,5 \cdot 10^7 + 3,6 \cdot 10^5}{7 \cdot 10^3 - 3,7 \cdot 10^4}$

f)  $\frac{2,4 \cdot 10^{-4} + 6 \cdot 10^{-5}}{4,2 \cdot 10^{-7} - 2,6 \cdot 10^{-7}}$

**17)** Expresa en forma de una sola potencia con exponente positivo:

a)  $2^5 \cdot 3^5 \cdot 7^5$

b)  $4^{-5} : 14^{-5}$

c)  $24^{-3} : (-15)^{-3}$

d)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

e)  $\left(\frac{-1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5$

f)  $(-1)^{-2} \cdot 5^{-2} \cdot 3^{-2}$

g)  $(-10)^5 : 3^5$

h)  $(-5)^{-3} \cdot 2^{-3}$

i)  $\left(\frac{-1}{7}\right)^{-4} : \left(\frac{1}{5}\right)^{-4}$

j)  $\left(\frac{4}{9}\right)^{-3} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

**18)** Simplifica estas expresiones:

a)  $\frac{b^5}{b^7} =$

b)  $5^2 \cdot 5^4 =$

c)  $(2^3)^4 =$

d)  $(3^3)^2 =$

e)  $\frac{(2 \cdot 5)^3}{2^2 \cdot 5^2} =$

**19)** Expresa como potencias de exponente fraccionario, si es posible:

a)  $\sqrt[5]{3}$

b)  $\sqrt[4]{-2^3}$

c)  $\sqrt{x^5}$

d)  $\sqrt[5]{2^{-4}}$

e)  $\sqrt[3]{a^9}$

f)  $(\sqrt[4]{7^3})^6$

**20)** Escribe las siguientes potencias de exponente fraccionario como radicales:

a)  $7^{\frac{2}{3}}$

b)  $\left(5^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$

c)  $(b^2)^{3/7}$

d)  $y^{2/5}$

e)  $(-2)^{5/3}$

f)  $\left[\left(\frac{x}{3}\right)^{1/15}\right]^{10}$

**21)** Factoriza y extrae factores de los radicales:

a)  $\sqrt{8}$

b)  $\sqrt[3]{16}$

c)  $4\sqrt{8b^3a^7}$

d)  $\sqrt[3]{-125}$

e)  $\sqrt[3]{27x^6}$

f)  $\sqrt{4x^6y^{12}}$

g)  $\sqrt[3]{64}$

h)  $\sqrt{27}$

i)  $\sqrt{4x^3}$

j)  $\sqrt{3m^3x^5}$

# ÁLGEBRA

---

## POLINOMIOS

1) Sean:  $P(x) = 3x^3 - x^2 + 3$ ;  $Q(x) = 4x^3 + x^2 - 5x - 7$  Calcula:

- a)  $P(x) - Q(x)$ .
- b)  $Q(x) \cdot P(x)$ .

2) Sean:  $P(x) = x^5 - 5x + 1$ ;  $Q(x) = x^4 + x^3 - x - 1$ ;  $R(x) = x^6 + x^5 - x^3 + 2x^2 + 7x + 3$ ;  $S(x) = x + 3$   
Calcula:

- a)  $P(x) + Q(x)$
- b)  $P(x) - Q(x)$
- c)  $R(x) - 3Q(x)$
- d)  $P(x) \cdot S(x)$
- e)  $R(x) : S(x)$

3) Calcula el valor numérico del siguiente polinomio para el valor indicado:

$$P(x) = x^3 + 8x^2 + 5x - 5 \text{ para } x = -2$$

4) Opera y simplifica la siguiente expresión:

$$(2x^2 + 3x - 2) \cdot (3x^2 - 5x + 1)$$

5) Realiza las siguientes divisiones indicando cuál es el cociente y el resto, utilizando el método de Ruffini cuando puedas:

- a)  $(2x^4 - 7x^3 + 3x^2 - 1) : (x^2 + 2)$
- b)  $(-2x^6 - 5x^4 + 3x^2 - 7x + 11) : (x - 1)$

6) Saca factor común:

- a)  $5x^3y^2 + 10x^2y^3 + 15x^2y^2$
- b)  $\frac{x^2}{4} - \frac{x}{6} - \frac{1}{2}$

7) Desarrolla utilizando las identidades notables y simplifica si es posible:

a)  $(4x^2 - 3) \cdot (4x^2 + 3)$

b)  $\left(\frac{x}{2} + \frac{2}{3}\right)^2$

c)  $(3x + 2)^2 =$

d)  $(2x - 5)^2 =$

e)  $(3x + 2)(3x - 2) =$

f)  $(4b + 2)^2 =$

g)  $(5b - 3)^2 =$

h)  $(b + 1)(b - 1) =$

i)  $(4a + 5)^2 =$

$(5a - 2)^2 =$

8) Expresa en forma de potencia o producto, utilizando las identidades notables:

- a)  $25x^2 - 4$
- b)  $9x^2 - 30x + 25$
- c)  $16y^2 + 8y + 1 =$
- d)  $4y^2 - 12y + 9 =$
- e)  $4y^2 - 9 =$
- f)  $9x^2 + 24x + 16 =$
- g)  $9x^2 - 6x + 1 =$
- h)  $81y^2 - 36 =$
- i)  $25b^2 + 10b + 1 =$
- j)  $4x^2 - 16x + 16 =$
- k)  $64x^2 - 49 =$

9) Simplifica las siguientes expresiones aplicando las igualdades notables cuando sea necesario:

- |  |  |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>a) <math>(x+1)^2 + (x-2)(x+2) =</math></li> <li>b) <math>(3x-1)^2 - (2x+5)(2x-5) =</math></li> <li>c) <math>(2x+3)(-3+2x) - (x+1)^2 =</math></li> <li>d) <math>(-x+2)^2 - (2x+1)^2 - (x+1)(x-1) =</math></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>e) <math>-3x + x(2x-5)(2x+5) - (1-x^2)^2 =</math></li> <li>f) <math>(3x-1)^2 - (-5x^2-3x)^2 - (-x+2x^2)(2x^2+x) =</math></li> </ul> |
|--|--|

10) Factoriza el siguiente polinomio  $3x^4 - 12x^2$ .

Solución:  $3x^4 - 12x^2 = 3x^2(x+2)(x-2)$

11) Factoriza el siguiente polinomio  $9x^3 + 7x^2 - 20x + 4$

Solución:  $(9x+2)(x-1)(x+2)$

12) Factoriza el siguiente polinomio  $2x^3 + 5x^2 - x - 6$ .

Solución: a)  $2x^3 + 5x^2 - x - 6 = (2x+3)(x+2)(x-1)$

13) Factoriza el siguiente polinomio:  $-2x^3 + x^2 + 7x - 6$

Solución:  $-2x^3 + x^2 + 7x - 6 = (-2x+3)(x+2)(x-1)$

14) Factoriza el siguiente polinomio:  $6x^3 - 17x^2 - 4x + 3$

Solución:  $6x^3 - 17x^2 - 4x + 3 = (3x-1)(2x+1)(x-3)$

15) Factoriza el siguiente polinomio:  $-3x^3 + 8x^2 + 5x - 6$

Solución:  $-3x^3 + 8x^2 + 5x - 6 = (-3x+2)(x-3)(x+1)$

## ECUACIONES DE PRIMER Y SEGUNDO GRADO, Y DE GRADO SUPERIOR A DOS

16) Halla la solución de las siguientes ecuaciones de primer grado:

a)  $7(13-2x) = x + 4(12+3x)$

b)  $5(2x+3) - 4(2-3x) = 2(2+3x)$

c)  $\frac{1-x}{2} - \frac{3}{5} = \frac{4}{3} - \frac{x+2}{6}$

d)  $\frac{x}{3} - \frac{x-3}{6} + 1 = \frac{x+2}{4} - \frac{1}{2}$

e)  $x + \frac{1-3x}{5} + \frac{3}{4} = \frac{2x}{5} + 1$

f)  $\frac{3x}{2} - \frac{x+1}{3} = 4$

g)  $\frac{3x-5}{2} = \frac{3(3x-1)}{5}$

h)  $2x + \frac{x+5}{6} - \frac{3(x+4)}{8} = 7 - 3x$

**17) Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:**

a)  $x^2 + 7x + 12 = 0$

b)  $x^2 - 7x - 18 = 0$

c)  $x^2 + 2x - 15 = 0$

d)  $x^2 - 9 = 0$

e)  $-x^2 + 16 = 0$

f)  $-2x^2 - 5x = 0$

**18) Resuelve las siguientes ecuaciones de grado superior a dos:**

a)  $x^3 - 4x = 0$

b)  $x^3 + 3x^2 + 2x = 0$

c)  $(x + 5) \cdot (x^2 - 4) = 0$

d)  $x(x - 3)(x + 1) = 0$

e)  $x^3 + 9x = 0$

f)  $(x - 2)(x^2 - 2x - 3) = 0$

g)  $x^3 + x^2 - 6x = 0$

h)  $9x^3 + 12x^2 + 4x = 0$

**19) Mi hermano tiene 6 años y yo tengo 15. Si mi padre tiene 41 años, ¿dentro de cuántos años será la suma de la edad de mi hermano y mía igual a la edad de mi padre?**

**20) Encuentra un número tal que el cuádruplo de su cuadrado sea igual a diez veces ese número más 6.**

## SISTEMAS DE ECUACIONES

**21) Resuelve los siguientes sistemas por el método de sustitución:**

a)  $\begin{cases} x + y = 11 \\ 3x + 2y = 24 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 4x + 7y = 13 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 3x + 4y = 13 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$

**22) Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción:**

a)  $\begin{cases} 5x + 7y = -1 \\ 3x - 7y = 33 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 2x + 5y = 10 \\ 7x + 10y = 20 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ 3x - 7y = -6 \end{cases}$

**23) Resuelve los siguientes sistemas por el método de igualación:**

a)  $\begin{cases} 2x + 5y = 20 \\ 4x + 5y = 10 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 2x - 3y = -24 \\ x - 2y = 16 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 11x - 2y = 16 \\ 11x - 3y = 13 \end{cases}$

**24) Resuelve los siguientes sistemas por el método gráfico:**

a)  $\begin{cases} x - 3y = -6 \\ -3x + 9y = 18 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x - 3y = -3 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x - 3y = -3 \\ x - 3y = 3 \end{cases}$

25) Resuelve los sistemas siguientes por el método que quieras o consideres más adecuado.

$$a) \begin{cases} 3(x + y) - x + 2y = 15 \\ 2x - (y + 8) = -11 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{3x}{3} - \frac{2y}{4} = 2 \\ 3y + 5x = -1 \end{cases}$$

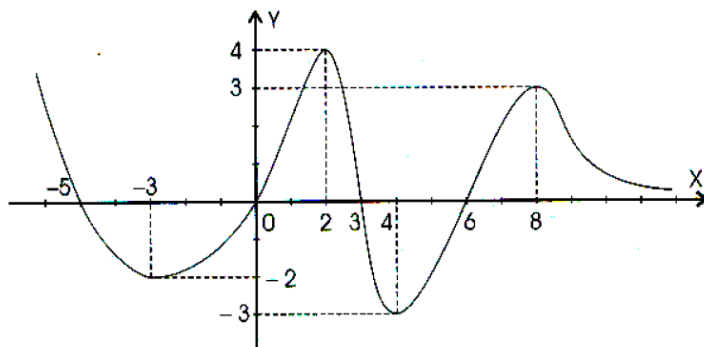
$$c) \begin{cases} 3y - 2 = x - 2(x + y) \\ 2x + 3y = 18 \end{cases}$$

26) En una tienda hay 15 lámparas de 1 y 3 bombillas. Si las encendemos todas a la vez, la tienda queda iluminada por 29 bombillas. ¿Cuántas lámparas de cada tipo hay?

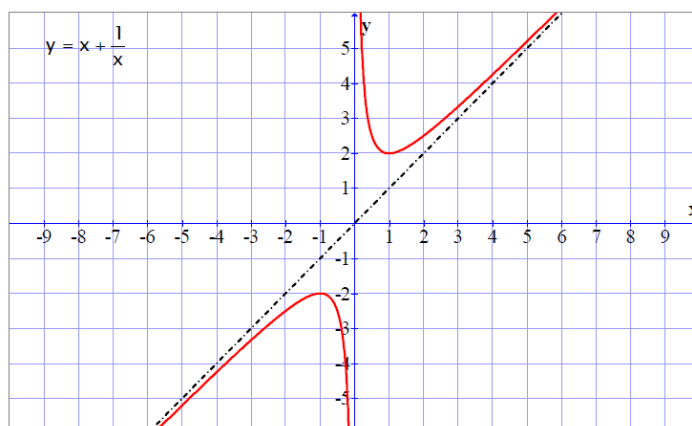
27) En un taller hay 50 vehículos entre motos y coches. Si el número total de ruedas es 140. ¿Cuántos vehículos hay de cada tipo?

## FUNCIONES

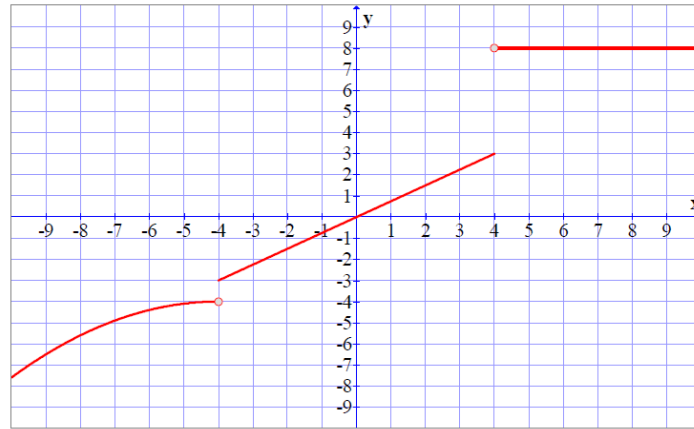
28) Indica el dominio, el recorrido y todas las propiedades que observes en la gráfica de la siguiente función:



29) Indica el dominio, el recorrido y todas las propiedades que observes en la gráfica de la siguiente función:



**30)** Indica el dominio, el recorrido y todas las propiedades que observes en la gráfica de la siguiente función:



**31)** Representa las siguientes funciones lineales, indicando si son constantes, de proporcionalidad directa o afines:

- |                 |                  |                 |                  |
|-----------------|------------------|-----------------|------------------|
| a) $y = -3$     | b) $y = -2$      | c) $y = 1$      | d) $y = 3$       |
| e) $y = -3x$    | f) $y = -2x$     | g) $y = x$      | h) $y = 4x$      |
| i) $y = 2x - 3$ | j) $y = -2x + 1$ | k) $y = 2x + 3$ | l) $y = -2x - 5$ |

**32)** Dada la función cuadrática  $y = x^2 - 4x + 6$ :

- Calcula su vértice.
- Halla los puntos de corte con los ejes coordenados.
- Indica el nombre de su gráfica y dibújala.

**33)** Dada la función cuadrática  $y = -2x^2 - 4x - 6$ :

- Calcula su vértice.
- Halla los puntos de corte con los ejes coordenados.
- Indica el nombre de su gráfica y dibújala.

**34)** Dada la función cuadrática  $y = x^2 - x - 6$ :

- Calcula su vértice.
- Halla los puntos de corte con los ejes coordenados.
- Indica el nombre de su gráfica y dibújala.