LOGARITMOS

EJERCICIO 16 : Utiliza las propiedades de los logaritmos para calcular el valor de las siguientes expresiones, teniendo en cuenta que $\log k = 1{,}2$:

a) $\log \frac{\sqrt[4]{k}}{1000}$ b) $\log\left(100k^3\right)$ c) $\log\frac{100}{k^2}$

Solución:

a) $\log\frac{\sqrt[4]{k}}{1000} = \log\sqrt[4]{k} - \log 1000 = \log k^{1/4} - \log 10^3 = = \frac{1}{4}\log k - 3 = \frac{1}{4}\cdot 1{,}2 - 3 = 0{,}3 - 3 = -2{,}7$

b) $\log\left(100k^3\right) = \log 100 + \log k^3 = \log 10^2 + 3\log k = 2 + 3\cdot 1{,}2 = 2 + 3{,}6 = 5{,}6$

c) $\log\frac{100}{k^2} = \log 100 - \log k^2 = \log 10^2 - 2\log k = = 2 - 2\cdot 1{,}2 = 2 - 2{,}4 = -0{,}4$

EJERCICIO 17 : Expresa como un solo logaritmo la siguiente expresión utilizando las propiedades de los logaritmos:

$3\ln 2 + \frac{1}{3}\ln 8 - \frac{1}{2}\ln 25$

Solución: $3\ln 2 + \frac{1}{3}\ln 8 - \frac{1}{2}\ln 25 = \ln 2^3 + \ln\sqrt[3]{8} - \ln\sqrt{25} = = \ln 8 + \ln 2 - \ln 5 = \ln(8\cdot 2) - \ln 5 = \ln 16 - \ln 5 = \ln\frac{16}{5}$

EJERCICIO 18 : Si sabemos que $\log k = 0{,}9$, calcula: $\log\frac{k^3}{100} - \log\left(100\sqrt{k}\right)$

Solución: $\log\frac{k^3}{100} - \log\left(100\sqrt{k}\right) = \log k^3 - \log 100 - \left(\log 100 + \log\sqrt{k}\right) = = 3\log k - \log 100 - \log 100 - \log k^{1/2} =$

$= 3\log k - 2\log 100 - \frac{1}{2}\log k = \frac{5}{2}\log k - 2\log 100 = = \frac{5}{2}\cdot 0{,}9 - 2\cdot 2 = 2{,}25 - 4 = -1{,}75$

EJERCICIO 19 : Sabiendo que $\ln 2 \approx 0{,}69$, calcula el logaritmo neperiano de: a) 4 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt[4]{8}$

Solución:

a) $\ln 4 = \ln 2^2 = 2\ln 2 \approx 2\cdot 0{,}69 = 1{,}38$ b) $\ln\sqrt{2} = \ln 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\ln 2 \approx \frac{1}{2}\cdot 0{,}69 = 0{,}345$ c) $\ln\sqrt[4]{8} = \ln 2^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4}\ln 2 \approx \frac{3}{4}\cdot 0{,}69 = 0{,}5175$

EJERCICIO 20 : Halla el valor de x, utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log_x 16 = 4$ b) $\log_3 x = 4$ c) $\log_2 64 = x$ d) $\log_x 64 = 3$
e) $\log_2 x = 5$ f) $\log_x 27 = 3$ g) $\log_2 32 = x$ h) $\log_3 x = 3$

Solución:

a) $\log_x 16 = 4 \rightarrow x^4 = 16 \rightarrow x = 2$ b) $\log_3 x = 4 \rightarrow 3^4 = x \rightarrow x = 81$

c) $\log_2 64 = x \rightarrow 2^x = 64 \rightarrow x = 6$ d) $\log_x 64 = 3 \rightarrow x^3 = 64 \rightarrow x = 4$

e) $\log_2 x = 5 \rightarrow 2^5 = x \rightarrow x = 32$ f) $\log_x 27 = 3 \rightarrow x^3 = 27 \rightarrow x = 3$

g) $\log_2 32 = x \rightarrow 2^x = 32 \rightarrow x = 5$ h) $\log_3 x = 3 \rightarrow 3^3 = x \rightarrow x = 27$

EJERCICIO 21 : Calcula, utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log_2\frac{1}{8} + \log_3\sqrt{27} - \ln 1$ b) $\log_2 32 + \log_3\sqrt[3]{81} - \ln\frac{1}{e^2}$ c) $\log_3\frac{1}{81} + \log_2\sqrt{8} - \ln e$ d) $\log_5 125$

e) $\log\frac{1}{1\,000}$ f) $\log_4 16 + \log_3\sqrt[5]{81} - \ln 1$ g) $\log_7 343 + \log_2\sqrt{32} - \log_{1/2}\left(\frac{1}{2}\right)$ h) $\log_2\sqrt{2}$

Solución:

a) $\log_2\frac{1}{8} + \log_3\sqrt{27} - \ln 1 = \log_2 2^{-3} + \log_3 3^{3/2} - \ln 1 = -3 + \frac{3}{2} - 0 = \frac{-3}{2}$

b) $\log_2 32+\log_3 \sqrt[3]{81}-\ln\dfrac{1}{e^2}=\log_2 2^5+\log_3 3^{4/3}-\ln e^{-2}=5+\dfrac{4}{3}-(-2)=5+\dfrac{4}{3}+2=\dfrac{25}{3}$

c) $\log_3\dfrac{1}{81}+\log_2\sqrt{8}-\ln e=\log_3 3^{-4}+\log_2 2^{3/2}-\ln e=-4+\dfrac{3}{2}-1=\dfrac{-7}{2}$

d) $\log_5 125=\log_5 5^3=3$ e) $\log\dfrac{1}{1\,000}=\log 10^{-3}=-3$

f) $\log_4 16+\log_3\sqrt[5]{81}-\ln 1=\log_4 4^2+\log_3 3^{4/5}-\ln 1=2+\dfrac{4}{5}-0=\dfrac{14}{5}$

g) $\log_7 343+\log_2\sqrt{32}-\log_{1/2}\left(\dfrac{1}{2}\right)=\log_7 7^3+\log_2 2^{5/2}-\log_{1/2}\left(\dfrac{1}{2}\right)=3+\dfrac{5}{2}-1=\dfrac{9}{2}$

h) $\log_2\sqrt{2}=\log_2 2^{1/2}=\dfrac{1}{2}$

EJERCICIO 22 : Expresa como un solo logaritmo la siguiente expresión, utilizando las propiedades de los logaritmos:
$3\log 2+\log 5+\log\dfrac{1}{25}-\log 4$

Solución:
$3\log 2+\log 5+\log\dfrac{1}{25}-\log 4=\log 2^3+\log 5+\log\dfrac{1}{25}-\log 4==\log 8+\log 5+\log\dfrac{1}{25}-\log 4=\log\dfrac{8\cdot 5}{25\cdot 4}=\log\dfrac{2}{5}=-0,40$

EJERCICIO 23 : Si $\ln k=0,7$, calcula el valor de la siguiente expresión: $\ln\dfrac{\sqrt[3]{k}}{10}+\ln\left(10k^2\right)$

Solución: $\ln\dfrac{\sqrt[3]{k}}{10}+\ln\left(10k^2\right)=\ln\sqrt[3]{k}-\ln 10+\ln 10+\ln k^2==\ln k^{1/3}+2\ln k=\dfrac{1}{3}\ln k+2\ln k=\dfrac{7}{3}\ln k==\dfrac{7}{3}\cdot 0,7=1,63$

EJERCICIO 24 : Sabiendo que $\log 7=0,85$, calcula (sin utilizar la calculadora): a) $\log 700$ b) $\log 49$ c) $\log\sqrt[3]{7}$

Solución: a) $\log 700=\log(7\cdot 100)=\log 7+\log 100=0,85+2=2,85$

b) $\log 49=\log 7^2=2\log 7=2\cdot 0,85=1,7$ c) $\log\sqrt[3]{7}=\log 7^{1/3}=\dfrac{1}{3}\log 7=\dfrac{1}{3}\cdot 0,85=0,28$

EJERCICIO 25 : Sabiendo que $\log 3=0,48$, calcula (sin utilizar la calculadora) el logaritmo (en base 10) de cada uno de estos números: a) 30 b) 9 c) $\sqrt[5]{9}$

Solución: a) $\log 30=\log(3\cdot 10)=\log 3+\log 10=0,48+1=1,48$

b) $\log 9=\log 3^2=2\log 3=2\cdot 0,48=0,96$ c) $\log\sqrt[5]{9}=\log 3^{2/5}=\dfrac{2}{5}\log 3=\dfrac{2}{5}\cdot 0,48=0,192$

EJERCICIO 26 :

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo: $\log_2 256-\log_3\sqrt[3]{3}+\log_2\sqrt{2}$

b) Halla el valor de x, aplicando las propiedades de los logaritmos: $\log x=3\log 2-2\log 3$

Solución:

a) $\log_2 2^8-\log_3 3^{1/3}+\log_2 2^{1/2}=8-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{49}{6}$ b) $\log x=\log 2^3-\log 3^2=\log\dfrac{2^3}{3^2}=\log\dfrac{8}{9}\ \Rightarrow\ x=\dfrac{8}{9}$

EJERCICIO 27

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo: $\log_{\sqrt{2}} 2-\log_3\dfrac{1}{27}+\log_2 1$

b) Halla el valor de x en la expresión: $\log x^2=-4$, sabiendo que $x>0$.

Solución:

a) $log_{\sqrt{2}}\left(\sqrt{2}\right)^2 - log_3 3^{-3} + log_2 1 = 2-(-3)+0 = 2+3 = 5$

b) $log x^2 = -4 \ \Rightarrow\ x^2 = 10^{-4} \ \Rightarrow\ x^2 = \frac{1}{10^4} \ \Rightarrow\ x = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$

<u>EJERCICIO 28</u>

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo: $log\frac{1}{10} + log_2\sqrt{32} - log_2\frac{1}{4}$

b) Sabiendo que $log k = 1{,}1$ **calcula** $log\left(10k^3\right)$.

Solución:

a) $log10^{-1} + log_2 2^{5/2} - log_2 2^{-2} = -1+\frac{5}{2}-(-2) = -1+\frac{5}{2}+2 = \frac{7}{2}$

b) $log\left(10k^3\right) = log10 + log k^3 = log10 + 3log k = 1 + 3\cdot 1{,}1 = 1 + 3{,}3 = 4{,}3$

<u>EJERCICIO 29</u>

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo: $log_3\frac{1}{9} - log_3\sqrt{3} + log_3 81$

b) Calcula el valor de x, **aplicando las propiedades de los logaritmos:** $log\, x = log102 - log34$

Solución:

a) $log_3 3^{-2} - log_3 3^{1/2} + log_3 3^4 = -2 - \frac{1}{2} + 4 = \frac{3}{2}$

b) $log x = log\frac{102}{34} \ \Rightarrow\ x = \frac{102}{34} = 3$

<u>EJERCICIO 30</u>

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo: $log_7 2401 - log_3\frac{1}{\sqrt{3}} + log_2\sqrt[5]{8}$

b) Si $log\ k = 0{,}7$ **calcula** $log\left(\frac{\sqrt[3]{k}}{100}\right)$.

Solución:

a) $log_7 7^4 - log_3 3^{-1/2} + log_2 2^{3/5} = 4-\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{5} = 4+\frac{1}{2}+\frac{3}{5} = \frac{51}{10}$

b) $log\frac{\sqrt[3]{k}}{100} = log\sqrt[3]{k} - log100 = log k^{1/3} - log10^2 = \frac{1}{3}log k - 2log10 = \frac{1}{3}\cdot 0{,}7 - 2\cdot 1 = 0{,}23 - 2 = -1{,}77$