SISTEMAS DE DOS ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS

Un **sistema de ecuaciones** es un conjunto de ecuaciones que deben verificarse simultáneamente. Los sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas son aquellos que una vez transformados quedan de la forma: $\begin{cases} ax+by=c \\ dx+ey=f \end{cases}$ a, b, c, d, e, f números conocidos; x, y incógnitas

La **solución del sistema** será un par de números m y n tales que al sustituir x por m e y por n se verifiquen las dos ecuaciones.

· Ejemplo: x = 1 e y = 3 es la solución del sistema de ecuaciones $\begin{cases} 3x+2y=9 \\ 2x-4y=-10 \end{cases}$ ya que $\begin{cases} 3\cdot 1+2\cdot 3=9 \\ 2\cdot 1-4\cdot 3=-10 \end{cases}$

Diremos que dos **sistemas de ecuaciones** son **equivalentes** si tienen las mismas soluciones.
Existen varios métodos para resolver sistemas de ecuaciones:

- ## Método de reducción

❋ Ejemplo: Resuelve $\begin{cases} x+3y=15 \\ 6x+7y=-9 \end{cases}$

1º. Se multiplican o dividen las ecuaciones por números adecuados para llegar a un sistema en que los coeficientes de una de las incógnitas sean números opuestos.	1º). Vamos a eliminar la x . Para ello multiplicamos la primera ecuación por –6 y la segunda por 1, es decir, no la modificamos: $\begin{matrix} \cdot(-6) \\ \cdot(1) \end{matrix} \begin{cases} -6x-18y=-90 \\ 6x+7y=-9 \end{cases}$
2º. Se suman las dos ecuaciones: el término con x de la 1ª ecuación con el término en x de la 2ª ecuación, el término en y de la 1ª con el término en y de la 2ª y los números al otro lado del igual juntos.	2º). $\begin{cases} -6x-18y=-90 \\ \underline{6x+7y=-9} \end{cases}$ $0x-11y=-99 \Rightarrow y=\frac{-99}{-11} \Rightarrow y=9$
3º. Se resuelve la ecuación de 1er grado con una incógnita que te sale.	3º). $\begin{cases} -6x-18y=-90 \\ \underline{6x+7y=-9} \end{cases}$ $0x-11y=-99 \Rightarrow y=\frac{-99}{-11} \Rightarrow y=9$
4º. Se sustituye el valor calculado en una cualquiera de las ecuaciones para obtener el valor de la otra incógnita.	4º). Sustituimos en la primera ecuación el valor de y para despejar x: $x+3\cdot 9=15 \Rightarrow x=15-27$ $\Rightarrow x=-12$ La solución es x = -12 e y = 9. Compruébalo

- **Método de sustitución**

✱ Ejemplo: Resuelve $\begin{cases} 2x-5y=16 \\ 4x+y=10 \end{cases}$

1º. Se despeja una de las incógnitas en una de las ecuaciones.	1º). Es conveniente despejar la y de la segunda ecuación, pues en otro caso aparecen inevitablemente fracciones: y = 10 – 4x
2º. Se sustituye la expresión obtenida en la otra ecuación.	2º). Ahora se sustituye esta expresión en la primera ecuación: 2x – 5·(10 – 4x) = 16
3º. Se resuelve la ecuación resultante, que es de primer grado con una incógnita.	3º). Se resuelve esta ecuación, que sólo tiene una incógnita: 2x – 50 + 20x = 16 ⇨ 22x = 66 ⇨ x = 66/22 = 3
4º. Se sustituye el valor hallado en la expresión que está despejada y se obtiene el valor de la otra incógnita.	4º). Ahora este valor de x se sustituye en la expresión de y: y = 10 –4x = 10 – 4·3 = 10 –12 = -2 ⇨ y = -2 Por tanto la solución del sistema es x = 3 , y = -2. Compruébalo

- **Método de igualación**

✱ Ejemplo: Resuelve $\begin{cases} x-2y=-5 \\ 3x+y=6 \end{cases}$

1º. Se despeja la misma incógnita en las dos ecuaciones.	1º). Despejamos x en ambas ecuaciones: $\left.\begin{array}{l} x=2y-5 \\ x=\frac{6-y}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow 2y-5=\frac{6-y}{3}$
2º. Se igualan las expresiones obtenidas.	2º). Igualamos sus expresiones: $\left.\begin{array}{l} x=2y-5 \\ x=\frac{6-y}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow 2y-5=\frac{6-y}{3}$
3º. Se resuelve la ecuación con una incógnita resultante.	3º). Resolvemos la ecuación de primer grado resultante: 3·(2y - 5) = 6 – y ⇨ 6y – 15 = 6 – y ⇨ 6y + y = 6 + 15 ⇨ 7y = 21 ⇨ y = 21/7 = 3
4º. El valor calculado se sustituye en una cualquiera de las expresiones que están despejadas, y se obtiene el valor de la otra incógnita.	4º). Sustituimos el valor de y en alguna de las expresiones de x; por ejemplo en la primera: x = 2·3 – 5 = 6 – 5 = 1 Hemos obtenido la solución x = 1 , y = 3. Compruébala

Tipos de sistemas según sus soluciones

Un sistema puede tener una, infinita o ninguna solución.

- Si tiene una única solución, se dice que el sistema es **compatible determinado**.
- Si tiene infinitas soluciones, el sistema es **compatible indeterminado**.
- Si no tiene solución, decimos que es **incompatible**.

❋ Ejemplo: Resuelve los sistemas:

$$a)\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=2 \end{cases} \qquad b)\begin{cases} x+y=12 \\ -x-y=-12 \end{cases} \qquad c)\begin{cases} x+y=12 \\ x+y=0 \end{cases}$$

Observarás que:

Al resolver obtienes:

a)	x=7 e y=5	Tiene una única solución ⇨ es un sistema compatible determinado.
b)	Algo de la forma: 0 = 0 que siempre es cierto.	Tiene infinitas soluciones. Comprueba, sustituyendo, que todos los números que sumen 12 (x = 0, y = 12 ; x = 12 , y = 0 ; x = 6 , y = 6 ,...) son soluciones del sistema. ⇨ es sistema compatible indeterminado.
c)	Algo de la forma: un número distinto de cero = 0 que nunca es cierto.	No tiene solución, porque x + y no puede valer a la vez 12 y 0 ⇨ es un sistema incompatible.

SISTEMAS DE ECUACIONES.

[1] Comprueba si x=8 e y=-12 es solución de $\begin{cases} 3x+y=12 \\ 2x+y=4 \end{cases}$

[2] Di cuál de los siguientes pares (2,6), (6,-2), (-6,2), (6,2) es solución de $\begin{cases} x+4y=14 \\ 2x-y=10 \end{cases}$

[3] El sistema $\begin{cases} 2x-y=7 \\ x+y=8 \end{cases}$ tiene como solución x=5 e y=3 . Comprueba si el sistema $\begin{cases} 4x-2y=14 \\ 3x+3y=24 \end{cases}$ es equivalente al anterior.

[4] Resuelve por reducción y clasifica:

a) $\begin{cases} x+2y=10 \\ x-y=5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x+y=8 \\ 3x+5y=12 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 7x+y=15 \\ 10x-y=2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x+2y=8 \\ 3x+2y=12 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x+3y=4 \\ 2x-3y=4 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 3x-2y=12 \\ x+5y=38 \end{cases}$ g) $\begin{cases} 2x+y=6 \\ 4x+2y=3 \end{cases}$ h) $\begin{cases} x-y=-18 \\ 10x-2y=-12 \end{cases}$

[5] Resuelve por sustitución y clasifica:

a) $\begin{cases} x+2y=5 \\ 3x+y=10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+3y=11 \\ 3x-y=22 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x+3y=25 \\ 2x+6y=34 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x+3y=x+7 \\ 2y-5x=16 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x+2y=5 \\ 4x+2y=14 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=6 \end{cases}$ g) $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+y=7 \end{cases}$ h) $\begin{cases} 5x-y=23 \\ 5y-9x=13 \end{cases}$

[6] Resuelve por igualación y clasifica:

a) $\begin{cases} 2x-y=6 \\ y-3x=19 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x-3y=11 \\ 3x+3y=-6 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x+3y=4 \\ 3x-5y=6 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 4x-5y=15 \\ 2x+y=11 \end{cases}$

e) $\begin{cases} y-3x=-8 \\ 3x-5y=y-3 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x-y=-18 \\ 10x+2y=-12 \end{cases}$ g) $\begin{cases} x+y=9 \\ 20x-3y=-4 \end{cases}$ h) $\begin{cases} y-3x=-8 \\ 3y-5x=y-3 \end{cases}$

[7] Resuelve y clasifica los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x+2y=-4 \\ 2x-3y=13 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+5y=49 \\ x-6y=-61 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x-6y=4 \\ 3x-18y=12 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x+y=11 \\ 2x-y=7 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x-y=2 \\ 2x-2y=5 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 4x+y=-3 \\ y-3x=11 \end{cases}$ g) $\begin{cases} 3x-4y=-6 \\ 2x+4y=16 \end{cases}$ h) $\begin{cases} 6x+5y=27 \\ 4x-3y=10 \end{cases}$

[8] La suma de las edades de dos hermanos es 22 y la diferencia es 6. ¿Sabrías decir los años de cada uno?

[9] En una granja hay conejos y gallinas en un total de 90 animales. Sabiendo que el número de conejos es doble que el de gallinas. ¿Cuántos animales de cada clase hay en la granja?

[10] Hala dos números cuya suma es 14 y su diferencia es 8.

[11] Un hotel tiene habitaciones dobles y sencillas. Tiene en total 50 habitaciones y 87 camas. ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo?

[12] Un librero vende 27 libros a dos precios distintos: unos a 6'70 € y otros a 9'15 €, obteniendo de la venta 210'30 €. ¿Cuántos libros vendió de cada clase?

[13] En un corral hay conejos y gallinas, que hacen un total de 61 cabezas y 196 patas. Halla el número de conejos y gallinas.

[14] Un grupo de amigos está jugando a los chinos con monedas de 10 y 20 céntimos de €. Al abrir las manos cuentan 14 monedas con un valor de 2'30 €. ¿Cuántas monedas hay de cada clase?

[15] Por el desierto va una caravana formada por camellos y dromedarios. En total se pueden contar 440 patas y 160 jorobas (ningún mercader es jorobado). ¿Cuántos camellos y cuántos dromedarios habrá en la caravana?

[16] En un examen de 20 preguntas, la nota de Juan ha sido un 8. Si cada acierto vale un punto y cada error resta 2 puntos. ¿Cuántas preguntas ha acertado Juan?¿cuántas ha fallado?

[17] Jonay ha hecho la siguiente apuesta con su padre para la próxima evaluación: por cada aprobado, sus padres le darán 3 €, y por cada suspenso él les pagará 1'80 €. Suponiendo que tiene 10 asignaturas y que obtuviese 15'60 €. ¿Cuántas habría aprobado y cuántas suspendido?

[18] En un aparcamiento hay 120 vehículos entre coches y motos. Si se van 40 coches, queda el mismo número de coches que de motos. ¿Cuántos coches hay en el aparcamiento?

[19] En un almacén hay dos tipos de lámparas: la lámpara de tipo A que utiliza 3 bombillas y la lámpara de tipo B que utiliza 4 bombillas. En el almacén hay un total de 60 lámparas y 220 bombillas. ¿Cuántas lámparas de cada clase hay en el almacén?

[20] Una bolsa contiene 40 monedas por un total de 67 €. Si sabemos que hay monedas de 1 y de 2 € ¿cuántas monedas hay de cada tipo?

[21] Se desea mezclar vino de 33 céntimos de € con otro de 24 céntimos el litro, de modo que la mezcla resulte a 27 céntimos el litro. ¿Cuántos litros de cada clase deben mezclarse para obtener 300 litros de la mezcla?

[22] La edad de Pedro es el doble que la de Pablo. Si Pedro tuviera 12 años menos y Pablo 8 años más, los dos tendrían la misma edad. ¿Qué edades tienen?

[23] Un hijo tiene 30 años menos que su padre y éste tiene 4 veces la edad de su hijo. ¿Qué edad tiene cada uno?